OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2023

Prova Experimental da 3ª Fase

21 DE OUTUBRO DE 2023

NÍVEL I **Ensino Fundamental** **9º Ano**

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES:

1. Esta prova destina-se exclusivamente aos alunos do **9º Ano do Ensino Fundamental.**
2. Este caderno de questões tem 8 folhas. Confira-o antes de iniciar a prova.
3. A prova tem 8 questões que valem no total 100 pontos.
4. As respostas devem ser dadas no **Caderno de Respostas**, que contém instruções adicionais que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.
   - O caderno de respostas tem 10 quadros para respostas. Os quadros extra podem ser usados caso tenha que anular um deles.
   - **Não responda uma questão em mais de um quadro.**
5. Utilize o verso das folhas de questões para rascunho.
6. As resoluções e respostas devem ser dadas utilizando caneta esferográfica azul ou preta (não use caneta de ponta porosa ou tinteiro). O uso de lápis e borracha é permitido apenas no rascunho.
7. É permitido e recomendado o uso de uma calculadora científica simples com funções estatísticas básicas. Não são permitidas calculadoras aplicativos de celulares, calculadoras programáveis, com recursos gráficos, ou de cálculo simbólico, ou de planilha eletrônica, ou com visores com mais de uma linha para registros.
8. A prova tem duração de 3 horas.
9. O estudante deve permanecer na sala por no mínimo 60 minutos.
10. Se necessário e salvo indicação em contrário, use: aceleração da gravidade = 9,8 m/s^2.

Introdução

O plano inclinado é uma das seis máquinas simples definidas pelos cientistas renascentistas. No ensino de física, o plano inclinado é uma das situações problema usada para compreender a natureza vetorial das forças, a decomposição vetorial e análise do movimento na direção de componentes vetoriais.

A prova tem 2 partes:

(I) Determinação da constante elástica de uma mola através da análise de situações de equilíbrio estático em um plano inclinado (Questões de 1 a 7).

(II) Determinação do coeficiente de atrito estático entre duas superfícies através da análise do fenômeno de um corpo em um plano inclinado na situação de limite de escorregamento (Questão 8).

Considere o carro **C** em equilíbrio estático em um plano inclinado de ângulo θ e preso à uma mola situada paralelamente ao plano.

Enquanto o carro está em equilíbrio estático há a ação da força de atrito estático $\vec{F}_{at,e}$. Essa força, tem sentido oposto à tendência de movimento e sua intensidade $F_{at,e}$ assume valores, à medida em que é solicitada, dentro do intervalo

$$0 \leq F_{at,e} \leq \mu_e N \,, \tag{1}$$

onde μ_e é o coeficiente de atrito estático entre a superfície de contato do carro e o plano inclinado.

Um corpo, em equilíbrio estático, está na situação de **limite de escorregamento** quando

$$F_{at,e} = F_{at,e,max} = \mu_e N \,. \tag{2}$$

Soltando o carro da mola, $F_{el} = 0$, e considerando o carro na situação de equilíbrio de **limite de escorregamento**, temos $F_{at,e} = P\sin(\theta)$ e $N = P\cos(\theta)$,

$$\mu_e = \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)} = \tan(\theta) \,, \tag{3}$$

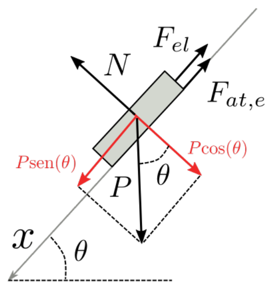


Figura 1. Diagrama de corpo livre do carro **C**, em equilíbrio estático. As forças que atuam no carro são: gravitacional $\vec{P}$, elástica $\vec{F}_{el}$, normal $\vec{N}$ e atrito estático $\vec{F}_{at,e}$. O símbolo sem a seta se refere à intensidade do vetor, logo, P (peso), F_{el}, N e F_{at} indicam as intensidades das forças correspondentes. Em tom mais claro estão indicadas as componentes da força gravitacional $\vec{P}$. O eixo x é paralelo ao plano inclinado e aponta para o declive.

ou seja, é possível determinar o coeficiente de atrito estático μ_e (parte II da prova) através do ângulo de inclinação do plano em situações de limite de escorregamento.

Nesta prova, a situação de equilíbrio estático na qual $F_{at,e} = 0$ é identificada, daqui em diante, pelo acrônimo **equilíbrio FAENS** que significa que a <u>f</u>orça de <u>a</u>trito <u>e</u>stático <u>n</u>ão é <u>s</u>olicitada.

Com o carro sobre o plano inclinado e preso à mola devemos considerar 3 situações de equilíbrio estático, que estão estão representadas na Figura 2 nos diagramas (a), (b) e (d). Os diagramas dessa figura mostram apenas as forças que atuam ao longo do plano inclinado. Nos diagramas (a) e (b) a força de atrito estático é necessária ($F_{at,e} \neq 0$) para garantir o equilíbrio. Em (a) $F_{el} < P\text{sen}(\theta)$ e a tendência de movimento do carro é para baixo. Em (b) $F_{el} > P\text{sen}(\theta)$ e a tendência de movimento do carro é para cima. Em (d) $F_{el} = P\text{sen}(\theta)$ e não há tendência de movimento, portanto $F_{at,e} = 0$, ou seja, é um **equilíbrio FAENS**.

Considere o sistema em uma posição de equilíbrio estático qualquer. Fazendo com que o carro realize um pequeno movimente de vaivém na **direção transversal ao plano inclinado** (transversal ao eixo x), a força de atrito estático é substituída pela força de atrito cinético. Esta tem intensidade $F_{at,c} = \mu N$ e sentido oposto ao da velocidade $\vec{v}$. O diagrama (c) da Figura 2 mostra um instantâneo deste caso (note $\vec{v}$ e $\vec{F}_{at,c}$ em sentidos opostos).

Fazendo com que o movimento transversal termine quando o carro está sobre o eixo x, então $F_{el} = P\text{sen}(\theta)$ e, consequentemente, $F_{at,e} = 0$. Portanto, esse pequeno movimento de vaivém é capaz de levar o carro de uma posição de equilíbrio qualquer para um posição de equilíbrio FAENS.

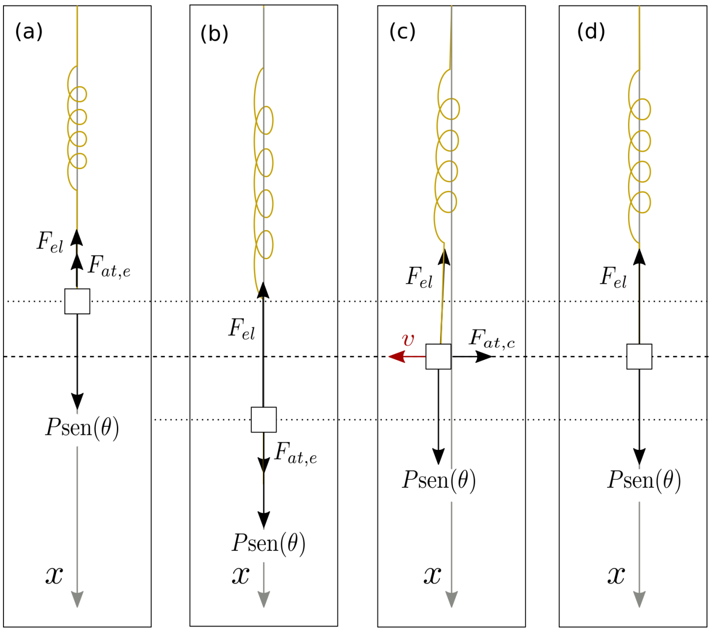


Figura 2. Nos diagramas o eixo x está na direção longitudinal do plano inclinado e aponta para o declive e são representadas apenas as forças (ou componentes) paralelas ao plano. O diagrama (d) mostra a situação de equilíbrio FAENS ($F_{at,e} = 0$). Os demais diagramas são explicados no texto.

Considerando o plano com inclinação θ fixa. Sejam $x_{\theta,0}$ e $x_{\theta,N}$ as posições do carro ao longo do plano inclinado, ambas em equilíbrio FAENS e, respectivamente, sem carga (sem arruelas) e com N arruelas, então, pela lei de Hooke, temos

$$F_{el} = k \cdot (x_{\theta,N} - x_{\theta,0}) \tag{4}$$

onde k é a constante elástica da mola. Como ambas as posições são de equilíbrio FAENS, temos $F_{el} = N \cdot p_A \cdot \text{sen}(\theta)$, onde p_A é o peso de uma arruela. Definindo, para cada inclinação da plano, $x_{\theta,0} = 0$ e substituindo na lei de Hooke, **obtemos a equação que será usada para determinar a constante elástica da mola:**

$$F_{el} = N \cdot p_A \cdot \text{sen}(\theta) = k \cdot x_{\theta,N}\ . \tag{5}$$

Na equação acima $x_{\theta,N}$ é igual à elongação da mola devida à aplicação de uma força de intensidade $N \cdot p_A \cdot \text{sen}(\theta)$.

Material e Arranjos Experimentais

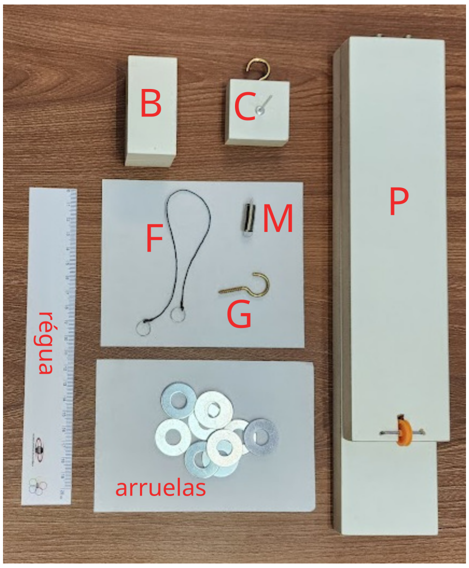


Figura 3. Material do kit experimental. plano inclinado ajustável (**P**), bloco (**B**), carro (**C**), mola (**M**), fio com argolas (**F**), gancho (**G**), 10 arruelas iguais e uma régua de papel. As peças **P**, **B** e **C** são feitas, predominantemente, de madeira MDF.

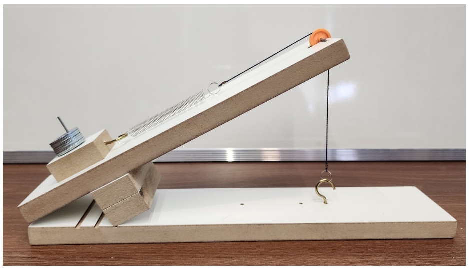


Figura 4. Arranjo experimental A. Nesse arranjo, o plano inclinado admite três inclinações $\theta_a < \theta_b < \theta_c$, que são definidas pelas três possíveis **posições encaixadas** do bloco **B**. Nessas posições, uma das arestas de **B** está encaixada em uma ranhuras da base da peça **P** e uma face longa de **B** está totalmente em contato com o plano inclinado. O gancho deve ser fixado em um dos orifícios da parte inferior da peça **P**. Nesse gancho deve ser presa uma das argolas do fio. O fio deve passar pela polia do alto da peça **P** e depois deve ser preso, pela outra argola, na mola. Apoiando o carro **C** no plano inclinado e prendendo-o à extremidade livre da mola, o conjunto pode atingir uma condição de equilíbrio estático semelhante à mostrada na figura. As **arruelas** devem ser acrescentadas no **pino** do carro **C**.

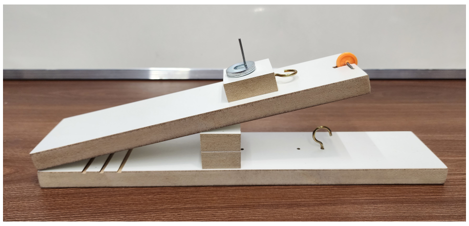
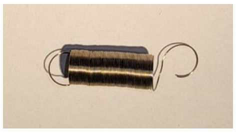


Figura 5. Arranjo experimental B. Neste arranjo o carro apoiado no plano inclinado não está ligado à mola. O ângulo de inclinação do plano é determinado pelas infinitas posições **não encaixadas** do bloco **B**. Nessas posições, uma face longa do bloco está em contato com a superfície horizontal inferior enquanto apenas uma aresta longa do bloco encosta no plano inclinado.

ATENÇÃO 1: Realize as medidas sempre sob as mesmas condições. Limpe as superfícies do plano inclinado e da base do carro. Inicialmente limpe o pó de serragem. Se durante as medições marcar a lápis a superfície e depois apagar com borracha, certifique-se de remover os resíduos produzidos.

ATENÇÃO 2: Caso uma extremidade da mola não tenha a forma de argola, deformer-a (cuidado para não machucar o dedo!) até formar um gancho. Veja exemplo na figura abaixo.



Questão 1 (10 pontos). Determinação dos senos dos ângulos de inclinação θ_a, θ_b e θ_c.

Esses são os ângulos do plano inclinado usados no **Arranjo Experimental A**, veja Figura 4.

Fixe o bloco **B** em uma posição encaixada na peça **P**. Meça (1) a hipotenusa h e (2) o cateto oposto a de um triângulo retângulo que contém o ângulo. Determine $\text{sen}(\theta) = a/h$.

Você pode usar uma folha de rascunho (verso de uma folha de questão) para traçar o triângulo. Veja esquema na Figura 6

Apresente seus medidas organizadas em uma tabela, conforme modelo sugerido abaixo.

θ	h $(\ldots)$	a $(\ldots)$	$\text{sen}(\theta)$
θ_a	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
θ_b	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
θ_c	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$

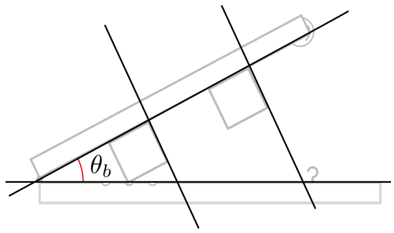


Figura 6. Esquema para traçar triângulos retângulos com ângulo igual ao da inclinação do plano inclinado com o bloco **B** em uma posição encaixada. O bloco **B** pode ser usado como padrão de ângulo reto e a largura do plano inclinado pode ser usada para traçar retas paralelas.

Questão 2 (20 pontos). Tabelas x (elongação) e N (carga).

Monte o **Arranjo Experimental A**, conforme a Figura 4. Fixe o bloco **B** em uma posição encaixada, por exemplo, com $\theta = \theta_a$.

1. Comece com o carrinho sem arruelas.
2. Faça com que o carrinho atinja uma posição de equilíbrio FAENS, veja Figura 7.
3. Marque a posição $x_{\theta_a,0}$, e considere essa posição como sendo $x_{\theta_a,0} = 0$.
4. Coloque N arruelas no carrinho.
5. Faça com que o carrinho atinja uma posição de equilíbrio FAENS.
6. Meça a distância $x_{\theta_a,N}$ entre a nova posição de equilíbrio e a posição de equilíbrio FAENS obtida no item 3.
7. Repita o procedimento desde o item 4, com $N = 1,2,\cdots$, quantas vezes julgar necessário.

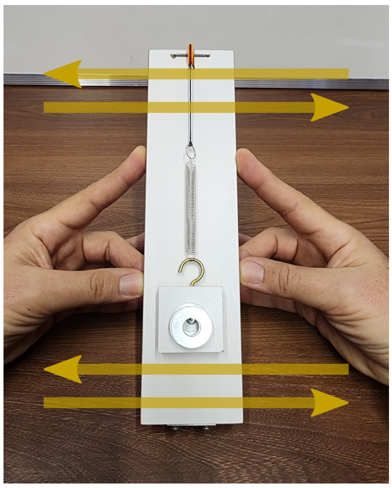


Figura 7. Para levar o carro ao equilíbrio FAENS: faça um movimento de vaivém para o carro deslizar transversalmente e que termine com o carro e a mola alinhados com a polia.

Repita os procedimentos acima com $\theta = \theta_b$ e $\theta = \theta_c$.

Organize suas medidas em **três tabelas**. Cada tabela deve agrupar as medidas referentes a uma inclinação do plano.

Abaixo há uma sugestão de tabela para $\theta = \theta_a$ (as demais devem seguir o mesmo padrão).

$\theta = \theta_a$	
N	$x\ (\dots)$
	$\dots \pm \dots$
	$\dots \pm \dots$

Questão 3 (10 pontos). Gráficos $x_\theta \times N$.

1. Em um papel milimetrado defina UM plano cartesiano no qual o eixo das abscissas (eixo horizontal) refere-se à variável independente N (número de arruelas) e o eixo das ordenadas (eixo vertical) refere-se à elongação da mola x.

2. Usando as medidas organizadas nas 3 tabelas da Questão 2, no mesmo plano cartesiano, faça 3 gráficos de $x \times N$, um para cada ângulo de inclinação do plano.

3. Faça três ajustes lineares, uma por conjunto de medidas (tabela).

4. Trace as três retas de ajustes obtidas no item 3 no mesmo plano cartesiano com os gráficos das medidas.

(Quando terminar, o mesmo plano cartesiano deve conter 3 gráficos de medidas e 3 retas de ajustes.)

Questão 4 (10 pontos). Parâmetros dos ajustes lineares.

O ajuste linear feito na Questão 3 tem a forma

$$x_\alpha = \lambda_\alpha N + x_{\alpha,0}$$

onde λ_α e $x_{\alpha,0}$ são os coeficientes do ajuste e o subíndice α, que assume os valores a, b ou c, indica a inclinação do plano em, respectivamente, θ_a, θ_b ou θ_c.

Apresente uma tabela (veja sugestão abaixo) com os valores de λ_α e $x_{\alpha,0}$ para cada inclinação do plano.

α	$\lambda\ (\dots)$	$x_0\ (\dots)$
a	$\dots \pm \dots$	$\dots \pm \dots$
b	$\dots \pm \dots$	$\dots \pm \dots$
c	$\dots \pm \dots$	$\dots \pm \dots$

Questão 5 (10 pontos). Tabela F_{el}/p_A (força elástica) e x (elongação).

As tabelas obtidas na questão 3 organizam os dados da maneira como foram obtidos, pois efetivamente, o que foi medido foi a elongação da mola em função do número arruelas no carrinho.

A lei de Hooke, relaciona a força à elongação. Pela equação 5, temos que a intensidade da força elástica em unidades do peso de uma arruela é $F_{el}/p_A = N\text{sen}(\theta)$.

Use os resultados da Questão 1 (os valores dos senos de θ_a, θ_b e θ_c) e das tabelas da Questão 2 para relacionar a força elástica F_{el} com a elongação da mola. Organize seus dados em uma tabela conforme sugestão abaixo, note que a segunda coluna apresenta a razão F_{el}/p_A.

x (...)	F_{el}/p_A
... ± ...	... ± ...
... ± ...	... ± ...

Questão 6 (10 pontos). Gráfico $\frac{F_{el}}{p_A} \times x$.

1. Em um papel milimetrado defina um plano cartesiano no qual o eixo das abscissas (eixo horizontal) refere-se à variável elongação da mola x e o eixo das ordenadas (eixo vertical) refere-se à força elástica em unidades do peso de uma arruela F_{el}/p_A.
2. Usando as medidas da tabela da Questão 5, faça o gráfico de $\frac{F_{el}}{p_A} \times x$.
3. Faça um ajuste linear para o conjunto de medidas e apresente a reta de ajuste no mesmo plano cartesiano.

Questão 7 (10 pontos). Determinação da constante elástica da mola k.

Considere que:

- O ajuste linear feito na Questão 6 tem a forma: $\frac{F_{el}}{p_A} = \gamma x + f_0$, onde γ e f_0 são os coeficientes do ajuste.
- A massa de uma arruela é $m_A = (4{,}40 \pm 0{,}01)$ g.

(a) Quais os valores numéricos de γ e f_0 que foram obtidos na Questão 6.

(b) Determine o valor da constante elástica da mola k usando os valores obtidos no ajuste da Questão 6.

(c) Escreva uma expressão para obter k através do coeficientes do ajuste linear λ definido na Questão 4.

(d) Use os valores de λ apresentados na tabela da Questão 4 para fazer três estimavas de k (uma para cada inclinação do plano inclinado).

Questão 8 (20 pontos). Determinação do coefiente de atrito estático μ_e.

Como visto na Introdução, veja equação 3, o coeficiente de atrito estático, entre o carro e o plano, é dado pela tangente do ângulo de inclinação do plano quando o sistema está na condição de equilíbrio estático do **limite de escorregamento**.

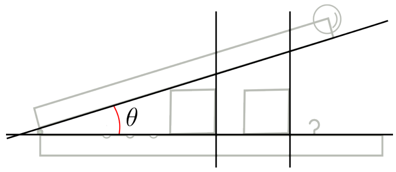


Figura 8. Esquema para traçar triângulos retângulos com ângulo igual ao da inclinação do plano inclinado com o bloco **B** em uma posição não encaixada. O bloco **B** pode ser usado como padrão de ângulo reto e a largura do plano inclinado pode ser usada para traçar retas paralelas.

1. Monte o Arranjo Experimental B conforme a Figura 5.
2. Começe em uma inclinação na qual o carro, carregado com N arruelas ($N = 0,1,...$), não desliza sobre o plano. **Aguarde alguns instantes antes de prosseguir (é preciso esperar para que as ligações responsáveis pela força de atrito estático sejam estabelecidas)**.
3. Vagarosamente mova o bloco de forma que o ângulo de inclinação aumente.
4. Fixe a posição do bloco na posição em que o carro começar a escorregar. A inclinação θ_{lim} dessa posição é uma estimativa do coeficiente de atrito estático $\mu_e = \tan(\theta_{lim})$.
5. Marque essa posição.
6. Construa um triângulo retângulo que contenha o ângulo θ_{lim}, veja esquema da Figura 8. Sejam a e b, respectivamente, os catetos oposto e adjante deste triângulo, estime $\mu_e = a/b$.
7. Repita os procedimento de 2 a 6, quantas vezes julgar necessário.

Organize seus resultados em uma tabela (veja abaixo sugestão). Não é necessário apresentar a incerteza de cada estimativa.

N	a $(\dots)$	b $(\dots)$	μ_e
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Estime o valor μ_e pela média dos valores obtidos na tabela acima e a incerteza de μ_e.