

# OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

Prova Seletiva Especial (1+2) - 2021

19 de Fevereiro de 2022

## INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por seis questões. Sem contar essa folha de rosto, ela contém 3 páginas.
2. Leia atentamente as instruções dadas em <https://app.graxaim.org/soif/2021/todo>.
3. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, os **desenvolvimentos** das resoluções, composto pela principais etapas que levam às respostas, devem ser apresentados.
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas inicialmente em branco (não use editores de texto). É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua e calculadora **não programável**.
5. As respostas e resoluções (desenvolvimentos) devem ser enviadas através da interface de provas no endereço <https://app.graxaim.org/soif/2021>.
6. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site <https://app.graxaim.org/soif/2021>, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço [obf.app.online@gmail.com](mailto:obf.app.online@gmail.com). **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos**.
7. São vedados comentários e discussões sobre os enunciados das questões, suas respostas e possíveis resoluções até as 24h00, horário de Brasília, nas redes sociais, blogs, fóruns e ferramentas afins de comunicação da internet.
8. Se necessário e salvo indicação em contrário, use símbolos, e seus respectivos valores em problemas numéricos, para as grandezas: constante de Coulomb  $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{C}^2/\text{m}^2$ ; permeabilidade magnética no vácuo  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ; densidade da água líquida  $\rho_a = 1,00 \text{ g/cm}^3$ ; calor específico da água líquida  $c_a = 1,00 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ ; calor latente de fusão do gelo  $L_g = 80,0 \text{ cal/g}$ ; índice de refração do ar  $n = 1,00$ ; aceleração da gravidade  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .
9. Se necessário e salvo indicação em contrário, use os os seguintes fatores de conversão:  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ ;  $1 \text{ atm} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

### Q1 - Mecânica (10 pontos)

Uma criança de massa  $m$  está sentada em um balanço suspenso por uma longa haste rígida de comprimento  $L$ . O pai dela exerce uma força horizontal  $F(t) = f_0 \cos(\omega t)$  que excita o balanço e faz com que a criança descreva um movimento oscilatório. Considere que a aceleração local da gravidade seja igual a  $g$  e que a resistência do ar possa ser modelada como uma força de resistência de mesma direção e sentido oposto a velocidade da criança, com módulo dado por  $F_{ar} = bv$ .

Considerando válida a aproximação de pequenas oscilações, determine:

- a equação de movimento para o ângulo de inclinação  $\theta(t)$  da haste do balanço com respeito à direção vertical.
- a frequência angular  $\omega$  que resulta na máxima amplitude de movimento da criança?

### Q2 - Termodinâmica (10 pontos)

Um físico passará o inverno isolado dentro de casa e projetará um sistema de aquecimento para garantir o seu conforto. O sistema visa manter a temperatura no interior de uma casa em  $T_C = 278K$ , enquanto a temperatura média do ambiente externo é de  $T_F = 263K$ . O sistema dispõe de uma lareira que pode servir como um reservatório térmico de temperatura  $T_Q = 600K$ . Objetiva-se transferir uma quantidade de calor  $\Delta Q$  para dentro de sua casa com o menor custo energético possível.

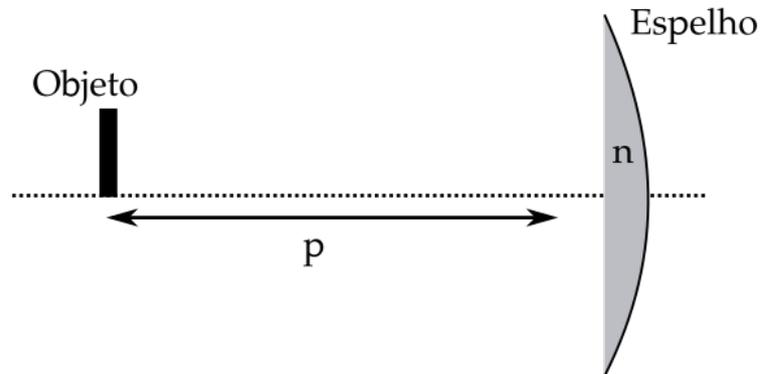
Assumindo que o calor possa ser transferido da lareira tanto para o exterior da casa quanto o interior da casa, qual a menor quantidade de calor que precisa ser retirada da lareira  $-\Delta Q'$  para que ele consiga injetar calor  $\Delta Q$  no interior da casa?



### Q3 - Óptica geométrica (10 pontos)

Um objeto situado sobre o eixo óptico de um espelho côncavo, a uma distância  $p$  do espelho, tem sua imagem projetada sobre um anteparo que dista  $L$  do espelho. Em um determinado instante, preenche-se parte da superfície refletora do espelho com um líquido de índice de refração  $n$ , e agora a imagem final do sistema se situa a uma distância  $kp$  do espelho, de forma que  $k$  é um número real positivo. Considerando que a superfície do líquido em contato com o ar é plana e que a espessura do volume ocupado pelo mesmo é desprezível em comparação com  $p$ , responda os seguintes itens:

- Qual é o índice de refração  $n$  do líquido em questão? Dê sua resposta em função de  $k$ ,  $p$  e  $L$ .
- Considere que uma lente delgada biconvexa foi posicionada a uma distância  $d$  à frente do anteparo, de forma que a imagem final do sistema volta a ser projetada sobre ele. Supondo que ambas as superfícies da lente tenha raio de curvatura  $R$ , qual deve ser o índice de refração  $n_l$  do material que compõe a lente? Dê sua resposta em função de  $k$ ,  $p$ ,  $L$ ,  $d$  e  $R$ .

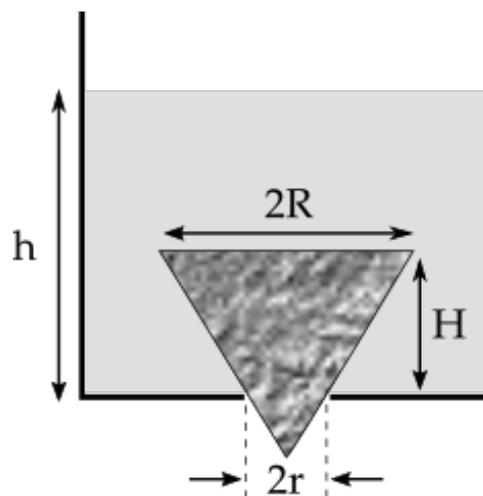


### Q4 - Mecânica de fluidos (10 pontos)

Considere um tanque preenchido com um líquido de densidade  $\rho_l$  até uma altura  $h$  e com um furo de raio  $r$  no fundo. O furo é tampado com um cone homogêneo, de raio de base  $R > r$  e a altura da parte submersa é  $H$ , com sua base plana voltada para cima.

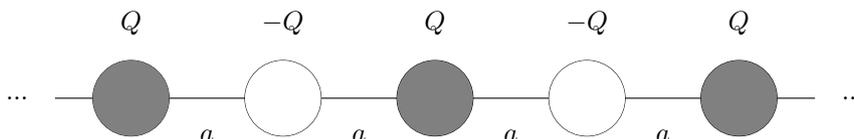
Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Determine a densidade crítica do cone,  $\rho_c$ , para a qual ele se encontra na iminência de perder o contato com o fundo do tanque. Dê sua resposta em função de  $\rho_l$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $H$  e  $h$ .
- Suponha neste item que o nível de líquido é mantido fixo em  $H = h$ , isto é, quando a base do cone fica no mesmo nível da superfície livre do líquido. Esboce o gráfico da razão entre a densidade crítica  $\rho_c$  para a qual o cone perde contato com o fundo do tanque e da densidade do líquido,  $\frac{\rho_c}{\rho_l}$ , pelo parâmetro geométrico  $k = r/R$ ,  $k \in (0, 1)$ . Comente o resultado obtido.



### Q5 - Eletricidade (10 pontos)

Considere uma distribuição linear de  $N \gg 1$  cargas elétricas puntiformes de valores  $+Q$  e  $-Q$  alternadas. As cargas são distribuídas de tal forma que a distância entre duas cargas vizinhas é dada por  $a$ , como ilustra a figura a seguir. Esse é um modelo simplificado unidimensional de um cristal iônico, como o sal de cozinha (NaCl).



A permissividade elétrica do meio é dada por  $\epsilon_0$ . Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Calcule o potencial elétrico  $V_{lat}$  gerado em um sítio ocupado por uma carga  $Q$ , devido às demais cargas.
- Calcule a energia eletrostática por sítio,  $U_E/N$ , da distribuição de cargas. Caso não consiga resolver o item anterior, deixe sua resposta em função de  $V_{lat}$ .

### Q6 - Magnetismo (10 pontos)

Considere uma partícula de carga  $q$  e massa  $m$  se movendo em uma região na qual existe um campo magnético  $\vec{B} = B\hat{z}$  e um campo elétrico  $\vec{E} = E\hat{y}$ . O movimento da partícula é restrito ao plano  $xy$ . Seja  $\vec{r}_0 = x(0)\hat{x} + y(0)\hat{y}$  a posição inicial da partícula e  $\vec{v}_0 = v_x(0)\hat{x} + v_y(0)\hat{y}$  sua velocidade inicial, ambas tomadas no instante  $t = 0$ .

- Determine um sistema de equações que deve ser satisfeito por  $v_x(t)$ ,  $v_y(t)$  e suas derivadas.
- Encontre a solução geral das equações de movimento da partícula  $x(t)$  e  $y(t)$ . Sua resposta pode ficar em função da frequência de ciclotron  $\omega_c = \frac{qB}{m}$  e condições iniciais.
- Assumindo que as condições iniciais são  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = \frac{E}{B} - A$ ,  $y(0) = 0$  e  $\dot{y}(0) = 0$ , qual deve ser o valor de  $A$  tal que a trajetória resultante da partícula seja uma cicloide? <sup>1</sup>

<sup>1</sup>A cicloide é uma curva correspondente a trajetória de um ponto na borda de um disco que rola sem deslizar sobre um plano.