

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

Prova Seletiva Especial (1+2) - 2021

19 de Fevereiro de 2022

INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por seis questões. Sem contar essa folha de rosto, ela contém 3 páginas.
2. Leia atentamente as instruções dadas em <https://app.graxaim.org/soif/2021/todo>.
3. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, os **desenvolvimentos** das resoluções, composto pela principais etapas que levam às respostas, devem ser apresentados.
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas inicialmente em branco (não use editores de texto). É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua e calculadora **não programável**.
5. As respostas e resoluções (desenvolvimentos) devem ser enviadas através da interface de provas no endereço <https://app.graxaim.org/soif/2021>.
6. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site <https://app.graxaim.org/soif/2021>, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço obf.app.online@gmail.com. **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos**.
7. São vedados comentários e discussões sobre os enunciados das questões, suas respostas e possíveis resoluções até as 24h00, horário de Brasília, nas redes sociais, blogs, fóruns e ferramentas afins de comunicação da internet.
8. Se necessário e salvo indicação em contrário, use símbolos, e seus respectivos valores em problemas numéricos, para as grandezas: constante de Coulomb $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{C}^2/\text{m}^2$; permeabilidade magnética no vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$; densidade da água líquida $\rho_a = 1,00 \text{ g/cm}^3$; calor específico da água líquida $c_a = 1,00 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$; calor latente de fusão do gelo $L_g = 80,0 \text{ cal/g}$; índice de refração do ar $n = 1,00$; aceleração da gravidade $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.
9. Se necessário e salvo indicação em contrário, use os os seguintes fatores de conversão: $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$; $1 \text{ atm} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Q1 - Mecânica (10 pontos)

Uma criança de massa m está sentada em um balanço suspenso por uma longa haste rígida de comprimento L . O pai dela exerce uma força horizontal $F(t) = f_0 \cos(\omega t)$ que excita o balanço e faz com que a criança descreva um movimento oscilatório. Considere que a aceleração local da gravidade seja igual a g e que a resistência do ar possa ser modelada como uma força de resistência de mesma direção e sentido oposto a velocidade da criança, com módulo dado por $F_{ar} = bv$.

Considerando válida a aproximação de pequenas oscilações, determine:

- a equação de movimento para o ângulo de inclinação $\theta(t)$ da haste do balanço com respeito à direção vertical.
- a frequência angular ω que resulta na máxima amplitude de movimento da criança?

Q2 - Termodinâmica (10 pontos)

Um físico passará o inverno isolado dentro de casa e projetará um sistema de aquecimento para garantir o seu conforto. O sistema visa manter a temperatura no interior de uma casa em $T_C = 278K$, enquanto a temperatura média do ambiente externo é de $T_F = 263K$. O sistema dispõe de uma lareira que pode servir como um reservatório térmico de temperatura $T_Q = 600K$. Objetiva-se transferir uma quantidade de calor ΔQ para dentro de sua casa com o menor custo energético possível.

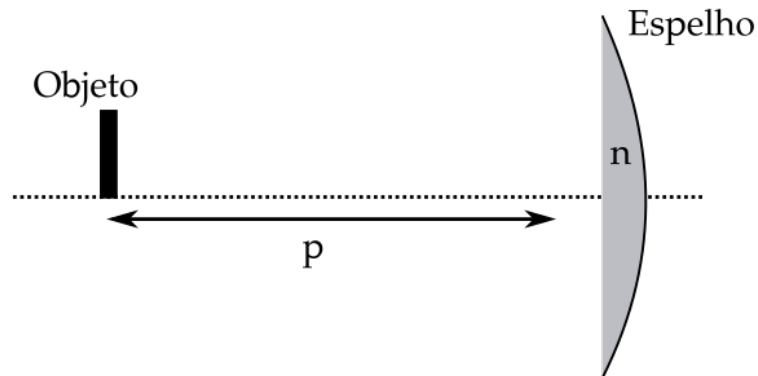
Assumindo que o calor possa ser transferido da lareira tanto para o exterior da casa quanto o interior da casa, qual a menor quantidade de calor que precisa ser retirada da lareira $-\Delta Q'$ para que ele consiga injetar calor ΔQ no interior da casa?



Q3 - Óptica geométrica (10 pontos)

Um objeto situado sobre o eixo óptico de um espelho côncavo, a uma distância p do espelho, tem sua imagem projetada sobre um anteparo que dista L do espelho. Em um determinado instante, preenche-se parte da superfície refletora do espelho com um líquido de índice de refração n , e agora a imagem final do sistema se situa a uma distância kp do espelho, de forma que k é um número real positivo. Considerando que a superfície do líquido em contato com o ar é plana e que a espessura do volume ocupado pelo mesmo é desprezível em comparação com p , responda os seguintes itens:

- Qual é o índice de refração n do líquido em questão? Dê sua resposta em função de k , p e L .
- Considere que uma lente delgada biconvexa foi posicionada a uma distância d à frente do anteparo, de forma que a imagem final do sistema volta a ser projetada sobre ele. Supondo que ambas as superfícies da lente tenha raio de curvatura R , qual deve ser o índice de refração n_l do material que compõe a lente? Dê sua resposta em função de k , p , L , d e R .

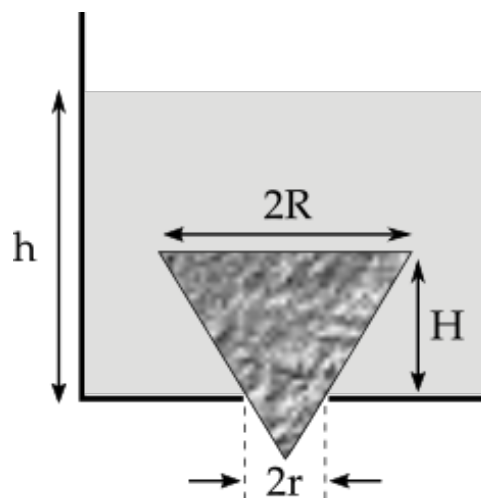


Q4 - Mecânica de fluidos (10 pontos)

Considere um tanque preenchido com um líquido de densidade ρ_l até uma altura h e com um furo de raio r no fundo. O furo é tampado com um cone homogêneo, de raio de base $R > r$ e a altura da parte submersa é H , com sua base plana voltada para cima.

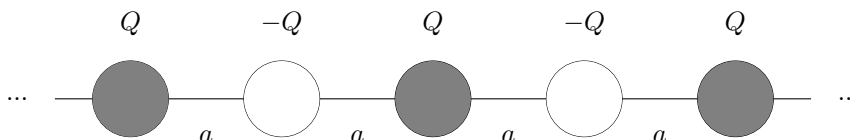
Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Determine a densidade crítica do cone, ρ_c , para a qual ele se encontra na iminência de perder o contato com o fundo do tanque. Dê sua resposta em função de ρ_l , R , r , H e h .
- Suponha neste item que o nível de líquido é mantido fixo em $H = h$, isto é, quando a base do cone fica no mesmo nível da superfície livre do líquido. Esboce o gráfico da razão entre a densidade crítica ρ_c para a qual o cone perde contato com o fundo do tanque e da densidade do líquido, $\frac{\rho_c}{\rho_l}$, pelo parâmetro geométrico $k = r/R$, $k \in (0, 1)$. Comente o resultado obtido.



Q5 - Eletricidade (10 pontos)

Considere uma distribuição linear de $N \gg 1$ cargas elétricas puntiformes de valores $+Q$ e $-Q$ alternadas. As cargas são distribuídas de tal forma que a distância entre duas cargas vizinhas é dada por a , como ilustra a figura a seguir. Esse é um modelo simplificado unidimensional de um cristal iônico, como o sal de cozinha (NaCl).



A permissividade elétrica do meio é dada por ϵ_0 . Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Calcule o potencial elétrico V_{lat} gerado em um sítio ocupado por uma carga Q , devido às demais cargas.
- Calcule a energia eletrostática por sítio, U_E/N , da distribuição de cargas. Caso não consiga resolver o item anterior, deixe sua resposta em função de V_{lat} .

Q6 - Magnetismo (10 pontos)

Considere uma partícula de carga q e massa m se movendo em uma região na qual existe um campo magnético $\vec{B} = B\hat{z}$ e um campo elétrico $\vec{E} = E\hat{y}$. O movimento da partícula é restrito ao plano xy . Seja $\vec{r}_0 = x(0)\hat{x} + y(0)\hat{y}$ a posição inicial da partícula e $\vec{v}_0 = v_x(0)\hat{x} + v_y(0)\hat{y}$ sua velocidade inicial, ambas tomadas no instante $t = 0$.

- Determine um sistema de equações que deve ser satisfeito por $v_x(t)$, $v_y(t)$ e suas derivadas.
- Encontre a solução geral das equações de movimento da partícula $x(t)$ e $y(t)$. Sua resposta pode ficar em função da frequência de ciclotron $\omega_c = \frac{qB}{m}$ e condições iniciais.
- Assumindo que as condições iniciais são $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = \frac{E}{B} - A$, $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$, qual deve ser o valor de A tal que a trajetória resultante da partícula seja uma cicloide? ¹

¹A cicloide é uma curva correspondente a trajetória de um ponto na borda de um disco que rola sem deslizar sobre um plano.