



SOIF 2025

Prova Seletiva Experimental

15 DE DEZEMBRO DE 2024

INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por 8 questões.
2. A duração da prova é de 5 horas ininterruptas. **O tempo de prova começa no instante de acesso ao caderno de questões.**
3. São permitidos na prova: folhas de papel em branco (veja abaixo), caneta **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua, borracha ou corretivo, apontador, calculadora científica **não programável** com funções estatísticas básicas e material de básico de desenho (régua, esquadros, transferidor, etc.)
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas lisas, ou quadriculadas ou milimetradas, etc. Não use editores de texto, nem aplicativos de elaboração de gráficos.
5. As folhas com a resolução de cada questão devem ser escaneadas no formato PDF e reunidas em um único um documento PDF (documento resposta). O sistema aceita um documento PDF por questão.
6. Cada documento resposta deve ser enviado (submetido) através da correspondente interface respostas no link <https://app.graxaim.org/soif/2025/tssi?tid=122>.
7. Quando um documento resposta é enviado a questão é considerada respondida. Não é possível enviar um documento para substituir outro já enviado.
8. Você pode responder as questões (enviar os documentos) em qualquer ordem. **Atenção para não enviar o documento resposta de uma questão no lugar de outra.**
9. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site <https://app.graxaim.org/soif/2025> ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço equipeobf@graxaim.org. **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos.**
10. Questões enviadas após do 5 horas do início da prova (acesso ao caderno de questões) não serão avaliadas, apesar do sistema aceitar a submissão normalmente.
11. São vedados comentários e discussões sobre os enunciados das questões, suas respostas e possíveis resoluções nas redes sociais, blogs, fóruns e ferramentas afins de comunicação da internet até as 23h59, horário de Brasília, de 15/12/2024.

Salvo indicação em contrário, as respostas devem ser dadas nas unidades usadas no simulador: temperatura em kelvin (K), pressão em atmosferas (atm) e volume em litros (L).

As questões desta prova devem ser respondidas usando a configuração do app G/LVT disponível em https://app.graxaim.org/soif/2025/open_page/seg1vt e descrita no Anexo A. Antes de prosseguir, acesse o app e leia este anexo. Se o app não funcionar, escreva imediatamente para equipe.obf@graxaim.org.

Introdução

I.1. Relações entre Propriedades Termodinâmicas

As propriedades de uma amostra com N moles de gás são determinadas experimentalmente submetendo-a a processos termodinâmicos e observando eventuais relações entre os parâmetros que caracterizam o seu estado de equilíbrio. Por exemplo, podemos estar interessados em determinar a função $P_{Iso-T} = P(V; T = T_c)$ que descreve a variação da pressão P de um gás em função do volume V em um processo isotérmico de temperatura constante $T = T_c$, ou funções análogas para os demais processos termodinâmicos de interesse: adiabático (sem troca de calor), isocórico (volume constante), isobárico (pressão constante) e expansão livre (energia interna U constante). Em se tratando de um gás ideal, todas essas funções (e qualquer outra que se possa imaginar) podem ser deduzidas das duas **equações de estado**

$$PV = NRT \quad e \quad U = cNRT. \quad (1)$$

onde R é a constante dos gases perfeitos e c é uma constante que depende dos graus de liberdade acessíveis aos constituintes do gás (átomos ou moléculas). Por isso, estas duas equações de estado definem o gás ideal. **Gases diferentes possuem equações de estado diferentes.**

Em geral as duas equações de estado que caracterizam um gás não possuem uma forma analítica simples e suas propriedades são determinadas tabulando o comportamento do gás em processos termodinâmicos específicos. É possível mostrar que qualquer gás fica completamente caracterizado quando se determina experimentalmente três das quatro seguintes grandezas: capacidades caloríficas molares a volume e a pressão constantes, respectivamente c_v e c_p , coeficiente de expansão térmica α e a compressibilidade isotérmica κ_T , que são definidas por

$$c_v \equiv \frac{1}{N} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{V,N} = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,n}, \quad (2)$$

$$c_p \equiv \frac{1}{N} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{P,N}, \quad (3)$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P,N}, \quad (4)$$

$$\kappa_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{T,N}. \quad (5)$$

Nas definições de c_v e c_p a notação com “ d ” indica que dQ/dT não é a derivada de uma função estado Q . Trata-se da razão entre a pequena troca de calor dQ e a consequente variação da temperatura dT que ocorre em um evolução infinitesimal (pequena) do sistema levada a cabo, segundo o caso, em um processo isocórico ou isobárico.

Apenas duas equações de estado são suficientes para caracterizar um gás. Consequentemente, surgem relações entre propriedades termodinâmicas. Em particular, para qualquer gás, é possível mostrar que c_v , c_p , α e κ_T estão relacionadas por

$$c_v = c_p - T\nu\alpha^2/\kappa_T \quad \text{ou} \quad C_v = C_p - TV\alpha^2/\kappa_T. \quad (6)$$

Na primeira forma da equação anterior foi usado o volume molar $v = V/N$ e na segunda forma são usadas as capacidades caloríficas a volume e a pressão constantes da amostra do gás, respectivamente, $C_v = Nc_v$ e $C_p = Nc_p$. A segunda forma é mais conveniente experimentalmente quando se busca relacionar as quatro propriedades termodinâmicas da mesma amostra de gás. Muitas outras relações gerais (válidas para qualquer gás) entre propriedades termodinâmicas análogas à dada na equação 6 podem demonstradas através das chamadas relações de Maxwell. São particularmente úteis para esta prova a relação entre variação da temperatura dT com a variação da pressão dP em um **processo adiabático**

$$dT = \frac{TV\alpha}{C_P} dP, \quad (\text{processo adiabático}) \quad (7)$$

e a relação da variação da temperatura dT com a variação do volume dV em uma **expansão livre** (U constante)

$$dT = \frac{1}{C_V} \left(P - \frac{T\alpha}{\kappa_T} \right) dV, \quad (\text{expansão livre}). \quad (8)$$

Um dos objetivos desta prova é determinar as propriedades termodinâmicas α , κ_T , C_P e C_v de uma amostra de gás e verificar que elas satisfazem a relação dada na equação 6.

I.2. Propriedades do Gás F

Em um dos subsistemas do tipo gás do Graxaim/LVT há uma amostra do gás F , que é um gás fictício não ideal e que satisfaz todos os princípios da termodinâmica.

O gás F é matematicamente simples. Todas as possíveis relações termodinâmicas entre as grandezas T , P , V , U , N e S (entropia) exibidas em qualquer processo termodinâmicos são leis de potência. Essa simplicidade deve ser explorada na prova da seguinte maneira. Sejam X , Y e W quaisquer três destas cinco grandezas. Como estas elas obedecem leis de potência, então

$$X = A(W, N)Y^\lambda \quad (9)$$

onde $A(W, N)$ é uma função de W e N na qual não temos interesse no momento. Estamos interessados na variação de X devida à variação de Y em um processo com W e N mantidos constantes, ou

$$dX = \left(\frac{\partial X}{\partial Y} \right)_{W,N} dY, \quad (W \text{ e } N \text{ constantes}) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial X}{\partial Y} \right)_{W,N} = \lambda \left(\frac{X}{Y} \right). \quad (10)$$

Especificamente. Suponha que se queira determinar $(\partial P/\partial V)_{T,N}$, ou seja, a razão entre a variação da pressão dP devida à variação do volume dV em um processo isotérmico de uma amostra do gás F . Então, os seguintes procedimentos devem ser seguidos:

1. Simule o comportamento do gás F em um processo isotérmico com $T = T_0$ e observe os valores de P e V ;
2. Obtenha o expoente λ de $P = A(T_0, N)V^\lambda$;
3. Identifique $(\partial P/\partial V)_{T,N} = \lambda(P/V)$.

Note que o procedimento experimental foi realizado na temperatura $T = T_0$. Portanto o coeficiente $A(T_0, N)$ determinado na etapa 2 é válido apenas nesta temperatura. Porém, graças à simplicidade do modelo gás F , podemos realizar a etapa 3. Desta forma o valor de $(\partial P/\partial V)_{T,N}$ foi efetivamente determinado para qualquer estado de equilíbrio.

Instruções Adicionais

- **Todas as respostas devem ser justificadas** em termos dos resultados experimentais. Isso pode exigir tabelas, gráficos, ajustes, manipulação de dados experimentais, relação destes com conhecimento teórico prévio ou apresentado na prova, etc.
- Tabelas, gráficos, ajustes, etc, têm razões de ser. A pontuação das questões será dada de acordo.
- Os arranjos experimentais usados nas coletas de dados experimentais devem ser descritos. Para facilitar, obtenha uma fotografia da tela do app do arranjo utilizado e use-a como referência. Por exemplo, “a Tabela N apresenta as medidas (...) coletadas no arranjo mostrado na Figura M”.
- Não é necessário apresentar gráficos com barra de erro.

Questão 1 (10 pts). Os subsistemas identificados por gás A e gás B do app contém gases diferentes, um deles é ideal e o outro é um gás F (veja Seção I.2 da Introdução). Qual dos subsistemas contém uma amostra de gás F ?

Questão 2 (15 pts). Determine experimentalmente o coeficiente de expansão térmica α do gás F simulado no app.

Questão 3 (15 pts). Determine experimentalmente a compressibilidade isotérmica κ_T do gás F simulado no app.

Questão 4 (15 pts). Determine experimentalmente a capacidade calorífica a volume pressão constante C_p da amostra de gás F simulada no app.

Questão 5 (15 pts). Determine experimentalmente a capacidade calorífica a volume constante C_v da amostra de gás F simulada no app.

Questão 6 (10 pts). Use os resultados para a amostra do gás F obtidos nas Questões de 2 a 5 de α , κ_T , C_p e C_v e mostre que satisfazem, dentro da incerteza, a relação geral dada na equação 6.

Questão 7 (10 pts). Obtenha experimentalmente o comportamento da capacidade calorífica da amostra do gás F para um particular processo isobárico ($P = P_0$ constante) através da definição $C_P \equiv (dQ/dT)_{P=P_0, N}$ (razão entre calor trocado e variação de temperatura a pressão constante) e compare com o comportamento previsto através do resultado da Questão 4.

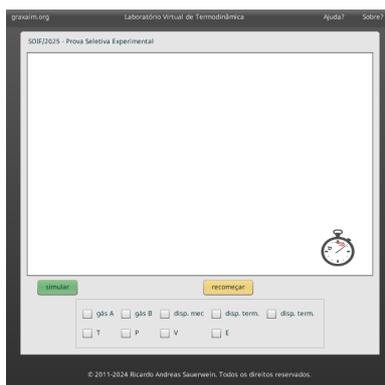
Questão 8 (10 pts). Todas as substâncias em estado gasoso se comportam como um gás ideal em temperaturas suficientemente altas e densidades suficientemente baixas. Isso ocorre, pois nestas condições as forças de interação entre os átomos ou moléculas que formam o gás podem ser desprezadas. Suponha que o gás F é monotômico e que a energia potencial de interação entre dois átomos na região simulada é proporcional a $U_p(r) \propto r^{-\eta}$ onde r é a distância entre os átomos. Estime η .

Anexo A - O App de Simulação

A prova SOIF/2025 Seletiva Experimental utiliza a versão especialmente configurada do aplicativo de simulação computacional **Labotatório Virtual de Termodinâmica Graxaim/LVT (G/LVT)** disponibilizada em https://app.graxaim.org/soif/2025/open_page/seg1vt.

A.1. Características Gerais do G/LVT

A figura abaixo mostra o app **G/LVT** no momento em que é acessado.



A interface do app possui duas áreas principais: a **bancada** (uma área retangular com fundo branco) e, abaixo dela, a **prateleira**. Na configuração inicial (quando a página é carregada), a bancada contém apenas um cronômetro. Ao marcar a caixa de seleção de um objeto na prateleira, ele é movido para a bancada; ao desmarcar, ele retorna para a prateleira.

- Na primeira linha da prateleira encontram-se os subsistemas físicos ou corpos que podem interagir, cujo comportamento é simulado no app.
- Na segunda linha estão os instrumentos de medida.

Os objetos podem ser movidos pela bancada usando o recurso de arrastar e soltar.

- Quando dois objetos estão suficientemente próximos, surge uma **linha de interação** entre eles. Isso indica que ambos podem interagir.
- Arraste um instrumento até a proximidade de um subsistema físico. Quando a linha de interação aparecer entre eles, a medida será realizada. **A leitura NaN indica que a medida não pode ser realizada.**

O ambiente da bancada é o vácuo absoluto de forma que não há qualquer troca de energia com o ambiente seja na forma de trabalho ou na forma de calor (considere que há isolamentos que impedem a transmissão de calor por irradiação).

O botão verde (o primeiro à esquerda) tem funções autoexplicativas para simular e pausar. A simulação ocorre com o arranjo experimental presente na bancada. A função pausar interrompe a simulação, “congelando” a passagem do tempo. O cronômetro na bancada mostra a passagem do tempo enquanto a simulação está em andamento.

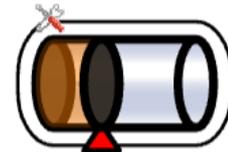
O botão **recomeçar** faz com que os subsistemas retornem aos seus estados iniciais, preservando sua posição na bancada e os ajustes realizados. Recarregue a página para que tudo volte ao estado inicial.

A.2. Subsistemas do G/LVT da Configuração SOIF/2025

A configuração do G/LVT preparada para a prova Seletiva Experimental da SOIF/2025 possui cinco subsistemas de três tipos (1) gás, (2) dispositivo mecânico e (3) dispositivo térmico.

A.2.1. Subsistema do Tipo Gás

O subsistema do tipo gás consiste em uma porção de uma substância no estado gasoso dentro de um cilindro **horizontal**, no qual está acoplado um pistão. A figura ao lado mostra o ícone que o representa na bancada. Inicialmente, o pistão é mantido fixo por uma trava (representada pelo triângulo vermelho), e o sistema não pode trocar calor, pois está envolto por um isolante térmico (representado pela camada envoltória branca). Clicando no ícone de ajustes no canto superior esquerdo, é possível controlar a presença ou ausência da trava e do isolante térmico, permitindo ou não o movimento do pistão e as trocas de calor entre o gás e outros subsistemas suficientemente próximos.



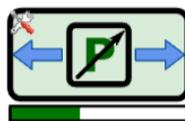
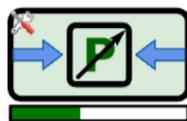
O pistão desliza sem atrito e as paredes do cilindro e do pistão são condutoras de calor e possuem massas desprezíveis.

A.2.2. Subsistema do Tipo Dispositivo Mecânico

Um subsistema do tipo dispositivo mecânico exerce uma pressão P_{ext} na parede externa do pistão móvel de um subsistema do tipo gás quando há uma linha de interação entre eles. Através desta interação, o gás e o dispositivo podem trocar energia na forma de trabalho.

Clicando no ícone de ajustes no canto superior esquerdo, é possível configurar a máquina para:

- Receber energia (figura abaixo à esquerda),
- Ceder energia (figura abaixo central), ou
- Manter P_{ext} constante (figura abaixo à direita).



A barra horizontal inferior indica o nível de energia acumulada no dispositivo. Quando um dos extremos é atingido o dispositivo deixa de interagir.

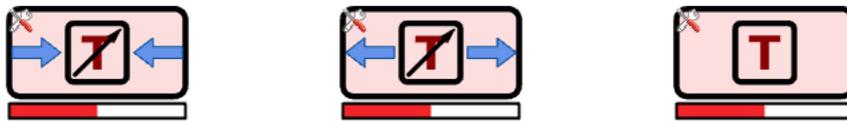
Um dispositivo mecânico não interage com um subsistema gás quando o pistão está travado.

A.2.3. Subsistema do Tipo Dispositivo Térmico

Um subsistema do tipo dispositivo térmico é capaz de trocar calor (energia térmica) com um subsistema do tipo gás. A interação entre eles pode ser interpretada como sendo o contato térmico entre uma superfície de metal do dispositivo (trocador de calor) que está na temperatura T_{ext} com a parede condutora de calor do cilindro que contém o gás.

Clicando no ícone de ajustes no canto superior esquerdo do ícone que representa o dispositivo é possível configurá-lo para:

- Receber energia (figura abaixo à esquerda),
- Ceder energia (figura central abaixo), ou
- Manter T_{ext} constante (figura abaixo à direita).



A barra horizontal inferior indica o nível de energia acumulada no dispositivo. Quando um dos extremos é atingido o dispositivo deixa de interagir.

Um dispositivo térmico não interage com um subsistema gás quando este está envolto por um isolante térmico.

A.3. Instrumentos de Medida da Configuração SOIF/2025

Nesta configuração o app apresenta os **quatro instrumentos de medida** listados abaixo com as respectivas incertezas;

- Termômetro ideal (T): mede a temperatura em Kelvin com incerteza de $\sigma_T = 1$ K.
- Manômetro ideal (P): mede a pressão em atm (atmosferas) com incerteza de $\sigma_P = 0,002$ atm.
- Medidor de volume (V): mede o volume em litros com incerteza de $\sigma_V = 0,002$ L.
- Medidor de energia (E): mede a energia acumulada dos dispositivos térmicos e mecânicos em atm·L com incerteza de $\sigma_E = 0,002$ atm·L.

Durante a simulação, mesmo com o sistema em um estado de equilíbrio, os valores apresentados pelos medidores podem variar em torno de um valor médio. Este funcionamento é normal. Desta maneira, o app simula também as flutuações estatísticas presentes na aquisição de medidas experimentais reais.