

Albert Einstein disse uma vez: “*If I were not a physicist, I would probably be a musician. I often think in music. I live my daydreams in music. I see my life in terms of music.*” com tradução livre: “*Se eu não fosse físico, provavelmente seria músico. Muitas vezes penso em música. Vivo meus sonhos na música. Eu vejo minha vida em termos de música.*”. Assim como ele, muitos físicos se aventuraram pelos prazeres de tocar um instrumento musical e essa prova é um convite para explorar um conjunto de conceitos físico-matemáticos que estão relacionados com o mundo da música.

O *kit* Experimental

Na bancada você encontrará o *kit* Experimental do TBF 2025, conforme aparece na Figura 1, contendo:

- 1: 1 Monocórdio maciço
- 2: 1 Afinador cromático de clipe
- 3: 1 Encordoamento com cordas de aço (*serão utilizadas somente as cordas de calibres 0.010” e 0.012”*)
- 4: 1 Um traste móvel (bloquinho)
- 5: 1 Palheta de guitarra
- 6: Fitas crepe (coladas no monocórdio ou por solicitação)
- 7: 1 Régua milimetrada
- 8: 1 Mola metálica (com características desconhecidas)
- 9: 1 Óculos de proteção transparente (EPI)
- 10: 1 Protetor auditivo (EPI)



Figura 1: Componentes *kit* Experimental do TBF 2025 para conferência e identificação. Os itens estão numerados conforme a relação na lista apresentada.

Confira o kit Experimental! Caso exista algum problema, solicite ajuda imediatamente.

ATENÇÃO:

Estando todos os itens corretos, anote o seu RID no local reservado do *kit* Experimental.

Considerações iniciais:

- Organize seu tempo para fornecer resoluções detalhadas; os corretores realizam suas correções com base no que está escrito no caderno de respostas da prova.
- Apresente as incertezas associadas às medidas e sua propagação somente quando solicitado na questão.

Boa prova!

Identificação e montagem do aparato experimental

Você recebeu no *kit* experimental um monocórdio que pode ser identificado na Figura 1 e que está apresentado na Figura 2 com a montagem proposta para essa parte da prova experimental. Um monocórdio é uma peça de madeira, podendo ou não ter caixa de ressonância, com uma corda presa em suas extremidades por diferentes mecanismos. Monocórdios podem utilizar cordas compostas por diferentes materiais. Nessa prova experimental serão empregadas cordas de aço (encordoamento para viola caipira cebolão em Mi) devido às suas propriedades de laceamento, que permitem uma afinação estável mais rapidamente.

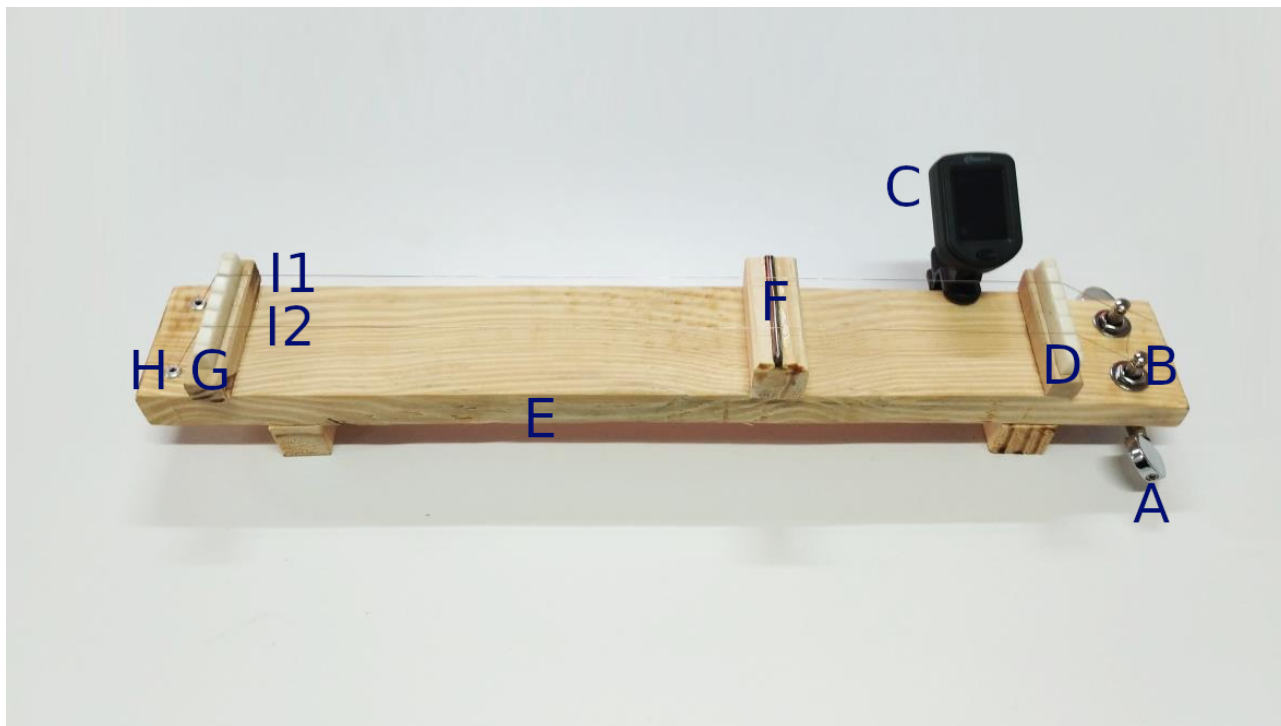


Figura 2: **Identificação das partes do monocórdio e afinador cromático de clipe.** A foto apresenta o monocórdio do *kit* Experimental com afinador de clipe acoplado, traste móvel e cordas colocadas. Nela, é possível identificar os seus constituintes: **A)** Tarraxa, **B)** Pino da tarraxa, **C)** Afinador cromático de clipe, **D)** Pestana, **E)** Espelho, Braço ou Escala do instrumento, **F)** Traste móvel, **G)** Cavalete, **H)** Rebite (suporte para prender a “bolinha” da corda, e **I1** e **I2)** cordas a serem utilizadas.

A corda fornecida no *kit* Experimental é classificada como do tipo com “bolinha”. A “bolinha” da corda é um anel no qual a corda é torcida sobre ele durante o processo de fabricação e que facilita a sua colocação no instrumento musical. No monocórdio existe um rebite (tubo metálico no lado oposto ao da tarraxa) por onde a corda deve ser atravessada, prendendo a bolinha pela parte de baixo.

O processo de colocação da corda consiste em passar com a ponta pela parte de baixo do monocórdio através do furo do rebite, seguindo pela **pestana** até o **cavalete** e então pelo furo do pino da **tarraxa**, onde deve ser presa dando uma volta sobre ela mesma. Evite nós ou emaranhados! A Figura 2 permite identificar as partes do monocórdio.

ATENÇÃO! OBRIGATÓRIO! Sempre que for trabalhar com as cordas do monocórdio utilize o óculos de proteção. O sistema foi dimensionado para a corda não romper, todavia caso isso ocorra você terá os olhos protegidos.

Girar a tarraxa com a corda devidamente presa permite ajustar a tensão na corda, o que é essencial para uma afinação adequada. Nesta prova experimental há algumas convenções; apesar de estruturalmente muito parecidos, o ponto de apoio da corda mais próximo da tarraxa sempre será a **pestana** e o do lado oposto sempre será o **cavalete**. Os pontos para as medidas sempre partem do ponto de encontro da corda com o cavalete, sendo esse o ponto 0 (zero) ou ponto de referência (das medidas de distância). Para variar efetivamente o comprimento da corda é possível utilizar o **traste móvel** fornecido no *kit* Experimental. Nesse caso, a distância é sempre calculada desde o ponto de referência até o ponto de contato da corda com o traste móvel.

Reforçando, o **comprimento efetivo da corda** (l) deve ser sempre assumido como a distância entre o ponto de apoio da corda na referência até o ponto de apoio da corda no traste móvel. Quando não for solicitado o uso do traste móvel, o *comprimento efetivo da corda* será a distância entre os pontos de apoio da corda no cavalete e na pestana.

As cordas presentes no *kit* Experimental são confeccionadas com os mesmos materiais, sendo apenas os seus calibres distintos. Você está recebendo um encordoamento completo, onde informações relevantes podem ser encontradas na embalagem. Cordas metálicas de instrumentos musicais são diferenciadas principalmente pelo seu diâmetro impresso na embalagem, apresentado em polegadas. Na prova, a corda de menor calibre empregada será sempre referenciada como **corda 1**, sendo uma das cordas 0.010" (0.25 mm) presente na embalagem, e a de maior calibre como **corda 2**, sendo uma das cordas 0.012" (0.30 mm). O encordoamento foi estrategicamente escolhido para que você disponha de pelo menos duas cordas dos tipos que serão utilizados para a realização do experimento. Recomenda-se manter as cordas que não estão sendo utilizadas no seu invólucro para evitar sujeiras e oxidação. **Não serão fornecidas cordas adicionais ao longo da prova.**

No *kit* Experimental também há um **afinador de clipe** que indica a nota musical que está sendo tocada. Dependendo da marca e modelo do afinador a apresentação da nota musical pode ser dada por seu nome ou por cifras. Diferentes marcas e modelos apresentam diferentes funções de afinações para instrumentos musicais específicos. Para os propósitos dos experimentos propostos nessa prova, deve ser escolhida a **função de afinação cromática**, que, em geral, apresenta um pequeno símbolo 'Chro.' quando nenhum som é produzido.

Uma **palheta** também foi fornecida para tocar a corda durante a realização do experimento evitando possíveis perturbações ao se tocar diretamente com os dedos ou até eventuais acidentes. Com a palheta e os devidos cuidados na execução é possível obter toques regulares.

Fitas crepe foram coladas nas laterais do monocórdio, permitindo realizar marcações das medidas solicitadas com maior facilidade para o registro de resultados. Caso seja preciso, o participante poderá solicitar fitas adicionais para a equipe de aplicação de prova.

Q1 - Questão 1 (16 pontos) ¹

Max Planck, Albert Einstein, Satyendra Nath Bose, Werner Heisenberg, Richard Feynman, Brian May²... vários foram os físicos que tocavam pelo menos um instrumento musical. A música, como arte para o mundo ocidental, conta com estruturas físicas e matemáticas bem estabelecidas, o que é motivo para que muitos pesquisadores justifiquem nosso prazer e satisfação ao ouvi-la. Inicialmente, a ideia de notas musicais é introduzida dispensando qualquer conhecimento prévio ou específico sobre o assunto.

Parte A - Primeiros passos com o monocórdio (7,50 pontos)

As notas musicais

Explore o monocórdio, buscando familiarizar-se com ele. Aproveite para explorar o afinador cromático de clipe, palhetas para tocar, o traste móvel e demais elementos. Esse é um passo importante para permitir segurança durante os procedimentos de aquisição de dados. Fique atento ao afinador, que, em geral, na função de “escala cromática” apresenta os acidentes das notas pelos símbolos “**b**” (bemol) ou “**#**” (sustenido). Notas com tais símbolos devem ser desconsideradas até que seja solicitado seu emprego na prova. Cabe atenção também para o tensionamento excessivo da corda para que ela não se rompa.

A.1 Anote o seu RID no <i>kit</i> Experimental.	0,10pt
---	--------

Solução da Q1-A.1: Anotar o **RID** na caixa do kit experimental.

Musicalmente falando, uma nota musical é um símbolo que representa um som específico. Em termos físicos, uma nota musical é uma onda sonora que se propaga com uma frequência determinada. No mundo ocidental existem 7 notas musicais denominadas: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si, que também podem ser representadas pelas cifras: C, D, E, F, G, A e B, respectivamente. O afinador cromático de clipe presente no *kit* Experimental pode apresentar o nome da nota ou sua respectiva cifra, dependendo do modelo, sem prejuízos.

A nomenclatura das notas musicais é atribuída ao regente e monge italiano Guido D’Arezzo, baseando-se na execução de um hino de São João Batista, onde cada frase era cantada um grau acima na escala ³.

Com um propósito ilustrativo, segue o hino composto no século VIII pelo monge beneditino Paulo Diácono, em latim conhecido como “*Ut queant laxis*” ou também “*Hymnus in Iohannem*”:

Ut queant laxis
Resonare fibris
Mira gestorum
Famuli tuorum
Solve polluti
Labii reatum
Sancte Iohannes.

Antes de explorar outros elementos, será realizada a identificação das notas musicais mencionadas, utilizando o aparato experimental.

Procedimento de afinação do monocórdio

A afinação de qualquer instrumento musical moderno é baseado em uma nota de referência, sendo as demais notas deste instrumento obtidas de maneira relativa. Historicamente, cada *luthier*⁴ ou região utilizou uma nota de referência própria para a construção e afinação dos próprios instrumentos musicais. Porém, em 1955 (ISO 16:1955 *pitch standard*), com a finalidade de possibilitar que diferentes instrumentos musicais de diferentes

¹Autoria: Leandro Cristante de Oliveira – Departamento de Física – IBILCE – Unesp Campus de São José do Rio Preto-SP
Revisão, produção do kit experimental e discussões: Mario Cesar Soares Xavier – Departamento de Física – UEPB – Araruna-PB

²Músico e astrofísico inglês famoso por integrar a banda britânica de rock **Queen**.

³Que pode ser entendido como uma nota ou frequência musical relativa acima da cantada na frase anterior.

⁴O *luthier* é o construtor artesanal de instrumentos musicais.

regiões fossem tocados juntos, foi definida como nota de referência padrão o Lá 4 (A4) em 440 Hz. A real adoção do Lá 440 Hz aconteceu devido ao *luthier* Leo Fender, inventor dos modelos de guitarra *telecaster* e *stratocaster*, nos quais ele garantia precisão na afinação quando fosse utilizada essa nota de referência. Atualmente, o modelo de guitarra *stratocaster* é o mais popular (e mais copiado) em todo o mundo.

A afinação da corda de um instrumento musical depende, pelo menos, de seu comprimento, dos constituintes da corda e da tensão aplicada. No aparato montado, é possível variar o comprimento efetivo da corda utilizando o traste móvel, conforme mencionado anteriormente, ou ainda não utilizar nenhum objeto entre as duas extremidades fixas da corda. Ao não interferir no comprimento desde as extremidades fixas, diz-se que aquela corda do dado instrumento está sendo afinada. As notas assim obtidas, tal como pela movimentação do traste móvel, podem ser identificadas pelo *clipe afinador* quando este estiver ligado⁵ e selecionada a opção cromática, para os propósitos desta prova.

O afinador cromático de clipe deve ser posicionado na escala do monocórdio, sendo um exemplo indicado na Figura 2. Deve-se iniciar a afinação girando a tarraxa e tocando a corda a cada aperto em busca da nota Lá. Ao encontrar o primeiro Lá, se a corda estiver frouxa, é possível seguir tensionando em busca do próximo. Caso contrário, a nota de referência já foi encontrada.

Observação: Neste momento, convém tocar várias vezes a corda até que a afinação permaneça estável. Pode ser que, com o passar do tempo a corda venha a lacear. Se isso ocorrer, repita o procedimento de afinação. Sempre refine a corda para garantir que a mesma siga devidamente afinada nas etapas de aquisição de dados.

Aquisição inicial de dados

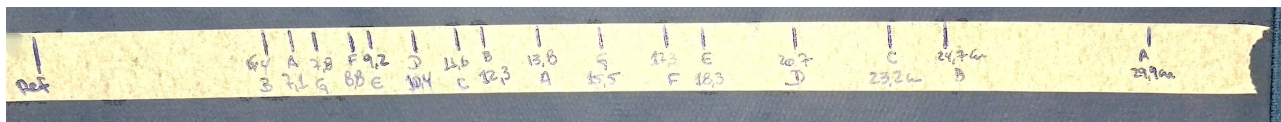
Com o monocórdio devidamente afinado, a obtenção de dados deve ser sempre realizada palhetando a corda no intervalo entre o traste móvel e a pestana, ou entre o cavalete e a pestana quando o traste móvel não estiver presente. Coloque o traste móvel na posição mais afastada possível da referência, de maneira perpendicular à corda, e afine-a (novamente) em Lá (mantendo o bloco do traste móvel na posição mencionada). Quando o traste móvel for movimentado, a parte da corda pelo qual o traste “correu” não deve gerar vibrações que interfiram na medida. Se necessário, essa parte da corda pode ser cuidadosamente abafada para garantir boas medidas.

Inicie registrando o comprimento efetivo na nota Lá (posição inicial do traste móvel) e busque em seguida as notas Si, Dó, Ré, Mi, Fá e Sol, ao longo dos comprimentos ajustáveis possíveis. Nessa etapa inicial cada uma dessas notas devem ser matematicamente ordenadas pelos números 1, 2, 3, ... etc., nomeados aqui por *ordem da nota* de afinação ou *grau*.

A.2 A cada nota precisamente encontrada, faça uma marcação na fita colada no monocórdio, anotando ainda a nota encontrada junto à marcação. (Coloque seu **RID**, questão e item em cada fita crepe utilizada) 0,40pt

Observação: Sempre que for preciso retirar a fita crepe do monocórdio, para a colocação de outra, cole a fita crepe removida no fundo da caixa do *kit* Experimental.

Solução da questão Q.1–A2.



As marcações feitas na fita crepe permitem estabelecer uma relação entre as notas, baseada na nota de referência.

⁵**Observação:** Alguns modelos afinadores estão programados para serem desligados após um determinado período como função para economizar bateria. Caso o seu afinador venha desligar, basta acionar o botão de ligar novamente e verificar a seleção do modo cromático.

A.3 Construa uma tabela contendo as colunas: Nota indicada no afinador, Ordem da Nota e Comprimento Efetivo da Corda. 1,50pt

Solução da Q.1–A.3:

Tabela construída com os dados obtidos:

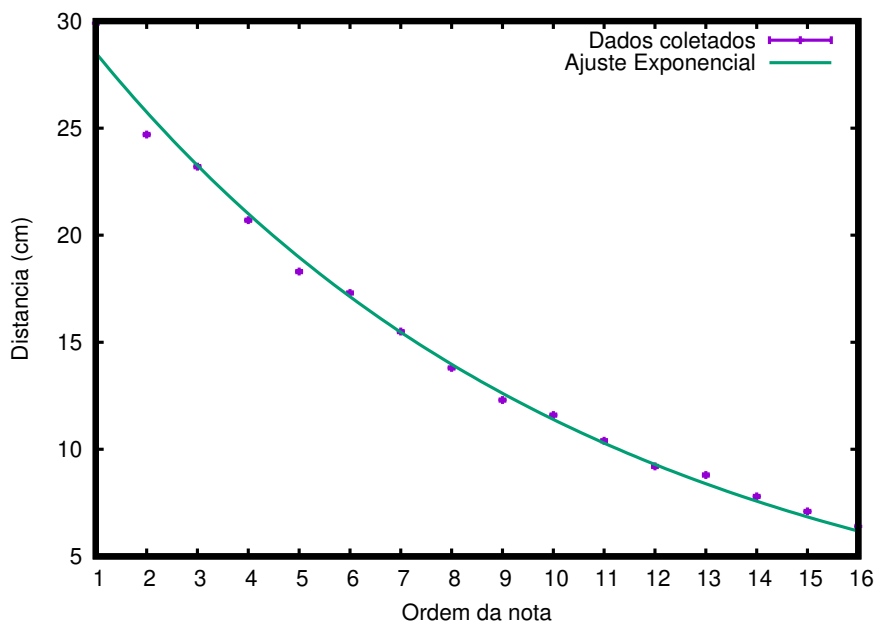
Nota	Ordem da Nota	l (cm)
A	1	29,90
B	2	24,70
C	3	23,20
D	4	20,70
E	5	18,30
F	6	17,30
G	7	15,50
A	8	13,80
B	9	12,30
C	10	11,60
D	11	10,40
E	12	9,20
F	13	8,80
G	14	7,80
H	15	7,10
I	16	6,40

A tabela obtida permite a construção de gráficos que, com o emprego de papéis adequados, dentre outros métodos, permite uma busca por uma possível linearização da curva.

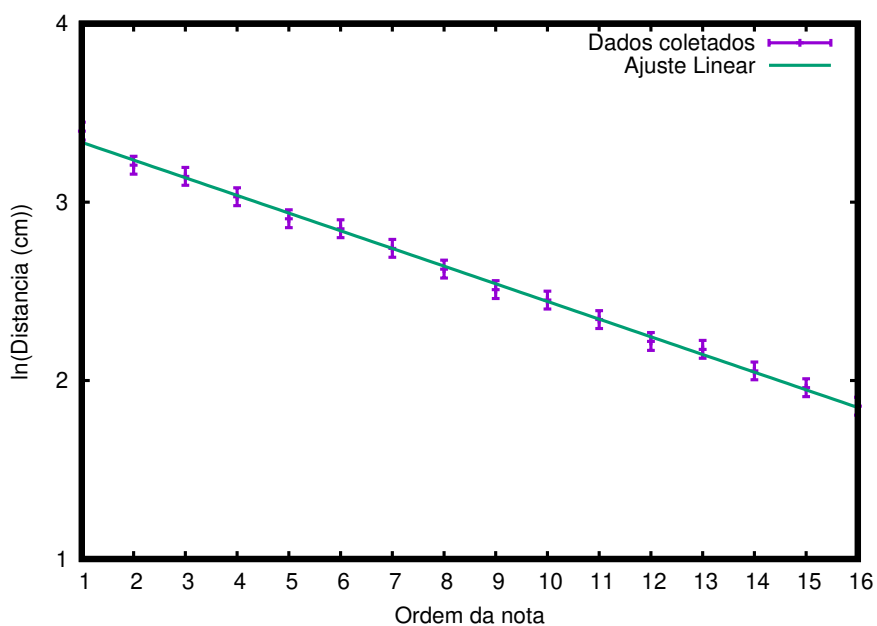
A.4 Utilizando os papéis fornecidos, construa um gráfico que permita a melhor linearização, onde a Ordem da Nota deve estar no eixo das abscissas e o Comprimento Efetivo da Corda no eixo das ordenadas. Apresente as barras de erro no gráfico. 3,00pt

Solução da Q.1–A.3:

Papel Milimetrado 1



Papel Milimetrado 2



Partindo de gráficos, muitas vezes é possível estabelecer uma relação entre as variáveis utilizadas.

A.5 Apresente a melhor equação ajustada aos dados coletados, descrevendo o procedimento adotado.	2,00pt
---	--------

Solução da Q.1-A.5:

A equação não considerando os acidentes encontrada:

$$g(x) = 30,99 \exp\{-0,10 x\}$$

Você deve observar que os pontos no seu gráfico apresentam um comportamento ligeiramente irregular. Para contornar isso, foram introduzidas novas notas, chamadas de acidentes, a partir das 7 notas musicais apresentadas anteriormente.

A.6 Com base nos seus achados, quantas notas devem existir no mundo ocidental?	0,50pt
---	--------

Solução Q1-A.6: 12 notas.

Aqui, o participante poderia observar no gráfico as ordens das notas Si e Mi, ligeiramente deslocados, sugerindo serem as únicas com espaçamento diferentes na ordem.

Alternativamente, com o auxílio do traste móvel poderia realizar uma busca utilizando o mostrador do afinador de clipe.

Parte B - Explorando as escalas (8,50 pontos)

Você deve ter observado no desenvolvimento da PARTE A que algumas notas se repetem, por exemplo, assumindo a primeira nota do monocórdio sendo um Lá. Após a variação do comprimento efetivo da corda, você deve ter encontrado um outro Lá de frequência mais grave ou mais aguda. Na música, os sons graves são aqueles que estão na faixa de baixa frequência, enquanto que os sons agudos são aqueles de alta frequência.

Essa repetição de nota é definida como **oitava**.

- B.1** Partindo da afinação do monocórdio em Lá para o traste móvel na posição mais distante da referência, busque as oitavas indicando os comprimentos efetivos da corda. 0,50pt
- Ainda, apresente as frações dos comprimentos efetivos das oitavas encontradas (numerador) sobre o maior comprimento efetivo (denominador).

Solução Q.1 – B.1: A cada metade do comprimento efetivo l anterior deve ser encontrada uma nova oitava.

Nota	Comprimento Efetivo (cm).	Oitava (cm)	Fração
A	29,90	13,80	0,46
B	24,70	12,30	0,50
C	23,20	11,60	0,50
D	20,70	10,40	0,50
E	18,30	9,20	0,50
F	17,30	8,80	0,51
G	15,50	7,80	0,50

Assim como a relação de oitavas, Pitágoras também observou uma relação entre as notas, estabelecendo frações entre os comprimentos efetivos de diferentes notas na escala. Essa relação deu origem à **Escala Pitagórica**, que é um elemento essencial para harmonias e melodias das músicas ocidentais. Assim, ao se definir o tom de uma música, ela estará sujeita àquelas notas da escala (aqui fazendo uma introdução simples, de um assunto complexo).

Como previamente mencionado, as notas de uma escala musical são dadas de maneira relativa à afinação, isto é, pela variação do comprimento efetivo da corda assumindo que não haja variação na tensão para uma corda com densidade uniforme.

Em sua busca, Pitágoras percebeu que havia um som harmonioso entre **uma nota e o seu quinto grau**, e que essa sensação se repetia para as próximas notas encontradas. Assim, considerando o monocórdio inicialmente afinado em Dó, o respectivo quinto grau será uma nota Sol. Partindo agora da nota Sol, o seu quinto grau será uma nota Ré. Teremos assim:

$Do \Rightarrow Sol \Rightarrow Re \Rightarrow La \Rightarrow Mi \Rightarrow Si \Rightarrow Fa \Rightarrow Do$

A busca pelas quintas permitiu o desenvolvimento de uma ferramenta muito útil para vários instrumentistas, especialmente os gaitistas bluseiros: o “Ciclo das Quintas”. À propósito, vale aqui meu respeito, carinho e consideração aos escravizados americanos que por meio de suas “*working songs*” apresentaram a humanidade com o Blues, pai do Rock, do Country americano e do Jazz, e complementarmente com sua belíssima cultura. Esses gênios, em meio ao suor e sofrimento, optaram por tocar suas gaitas no quinto grau do tom da música para contar suas histórias, mostrando um perfeito encaixe das notas e marcante sonoridade. Essa forma de tocar gaita é conhecida como “*crossharp*” sendo esse ponto elemento de motivação para pesquisas futuras. A escolha da gaita diatônica foi meramente financeira.

Neste momento, afine o monocórdio na nota Dó, seguindo o procedimento previamente estabelecido de deixar o traste móvel na posição mais distante da posição de referência. Aqui é melhor relaxar do que tensionar demasiadamente a corda, o que evita que ela se rompa.

B.2 Encontre a razão entre os comprimentos efetivos das cordas em notas de quinto grau. 2,50pt
 Registre essas distâncias até alcançar uma oitava no caderno de respostas.

Solução Q1 – B.2:

REFERÊNCIA:

Sol: 3/2 (1,5), Re: 9/8 (1,125), La: 27/16 (1,68), Mi: 81/64 (1,26), Si: 243/128 (1,90) e Fá:4/3 (1,33) .

Nota	Cifra	Comprimento Efetivo (cm)	Razão
DÓ	C	30,00	
SOL	G	19,10	1,57
RÉ	D	26,20	1,14
LÁ	A	17,30	1,73
MI	E	23,30	1,28
SI	B	15,50	1,93
FÁ	F	21,80	1,37
DÓ	C	14,80	2,03

Como mencionado previamente, o afinador cromático de clipe permite encontrar notas com acidentes, assim caso as encontre, considere-as à partir deste ponto.

B.3 Afine o monocórdio, agora em Sol, e utilizando os comprimentos efetivos das notas de quinto grau obtidos no item B.2, reobtenha a Escala Pitagórica para essa nova afinação. Registre as notas obtidas no clipe afinador no caderno de respostas. 2,50pt

Solução Q1–B.3:

$$Sol \Rightarrow Re \Rightarrow La \Rightarrow Mi \Rightarrow Si \Rightarrow Fa\# \Rightarrow Do$$

Com os conhecimentos adquiridos até o momento, é possível explorar além do espaço de comprimentos efetivos da corda. O seguinte item busca empregar as frequências das notas musicais e sua distribuição.

B.4 Considerando todas as notas “possíveis” na música ocidental, isto é, assumindo as notas e seus acidentes, estabeleça uma relação matemática entre a frequência da nota e a distância em semitons (i). A expressão encontrada deve apresentar a frequência de referência (f_0), associada a afinação inicial. 3,00pt

Solução Q1–B.4:

Aqui existem 3 informações relevantes para o temperamento da escala:

- I) As notas são dadas tendo por referência uma nota relativa (f_0);
- II) A relação de oitavas ($f_{i+1} = 2f_i$ ou $L_{i+1} = \frac{1}{2}L_i$), e;
- III) Temos 12 notas espaçadas por semitons (i).

Assim, em termos de frequências:

$$f_i = f_0 \sqrt[12]{2^i} = f_0 2^{\frac{i}{12}}$$

Q2 - Questão 2 (18 pontos)

Parte A - "... estando por 2 fios" (7,00 pontos)

Nesta etapa será utilizada a mola fornecida no *kit* Experimental para explorar propriedades mecânicas e ondulatórias. Inicialmente, será utilizada apenas a corda de menor calibre (**corda 1**), todavia o participante está livre para alternar entre uma corda e outra (**corda 2**) em busca de resultados adequados, desde que registre claramente os procedimentos adotados no caderno de respostas.

Associe a mola e a corda, prendendo a corda na mola pela "bolinha". Prenda a mola no cavalete e siga com o procedimento de prender a corda à tarraxa. Um esquema da montagem está apresentado na Figura 3. Tome nota da posição de referência da mola na situação pré-elongação.



Figura 3: Esquema de montagem da corda associada à mola.

Nesse sistema, teremos uma combinação mola + corda, onde tal associação poderia causar demasiadas complicações para uma modelagem matemática detalhada das vibrações do sistema. Para evitar essas complicações e permitir utilizar as propriedades de deformação da mola, tome o cuidado de escolher posições onde a elongação da mola não exija avançar sobre o traste móvel para a aquisição dos dados. Se preciso, realize reposicionamentos para a execução experimental.

Com o aparato preparado é possível explorar vários parâmetros relevantes do problema, que podem oportunamente serem tratados separadamente. Inicialmente, posicione o traste móvel a uns 2 dedos de distância da junção entre a mola e a corda. Afine o monocórdio em Lá, mantendo essa distância de 2 dedos entre o traste móvel e o ponto de junção corda-mola. Com o monocórdio devidamente afinado, tome nota do comprimento efetivo da corda e da elongação da mola.

Em seguida, varie o comprimento efetivo da corda por meio do traste móvel em busca de um novo Lá. Anote novamente o comprimento efetivo da corda e a elongação da mola.

A.1 Registre no caderno de respostas os comprimentos efetivos da corda e elongações da mola para os 2 Lá(s) nas condições avaliadas. 0,25pt

Solução Q2-A.1:

A questão visa um caminho para obter experimentalmente a expressão que será utilizada.

No caso, como a força elástica não varie, teremos $f_2 = 2 \times f_1$, dado por:

$$f_1 = \left(\frac{n}{2l_1} \right) \sqrt{\frac{Kx_1}{\mu}}$$

onde x é a elongação da mola. Não deve haver variação na elongação da mola ($x_1 = x_2$, $l_2 = \frac{1}{2}l_1$). A distância do próximo Lá deve ser na metade do comprimento efetivo do primeiro. O afinador utiliza o primeiro harmônico ($n = 1$). Então:

$$f_2 = \left(\frac{1}{2\frac{l_1}{2}} \right) \sqrt{\frac{Kx_1}{\mu}} = 2f_1$$

Concluindo que: $f \propto \frac{1}{l}$

Comprimento Efetivo da nota Lá(cm)
20,30
10,20

Posicione agora o traste móvel a 10 cm de distância da posição de referência e afine novamente o monocórdio em Lá. Anote a elongação da mola nessa situação.

Em seguida, vá afastando o traste móvel, aproximando-o da mola, variando de 1 em 1 cm e reafinando o monocórdio a cada variação do traste móvel, sempre na mesma nota Lá. Anote sempre o comprimento efetivo da corda e a elongação da mola. Repita esse procedimento até obter um número de medidas experimentalmente razoável.

A.2 Apresente uma tabela com os comprimentos efetivos e as elongações da mola encontrados no procedimento descrito. 2,00pt

Solução Q2-A.2:

Comprimento Efetivo (m)	Δx (m)
0,1000	0,0300
0,1100	0,0405
0,1200	0,0435
0,1300	0,0540
0,1400	0,0595
0,1500	0,0700
0,1600	0,0805

Tabela do item Q2-A.2.

$\ln l$	$\ln(\Delta x)$
-2,3026	-3,5066
-2,2073	-3,2065
-2,1203	-3,1350
-2,0402	-2,9188
-1,9661	-2,8218
-1,8971	-2,6593
-1,8326	-2,5195

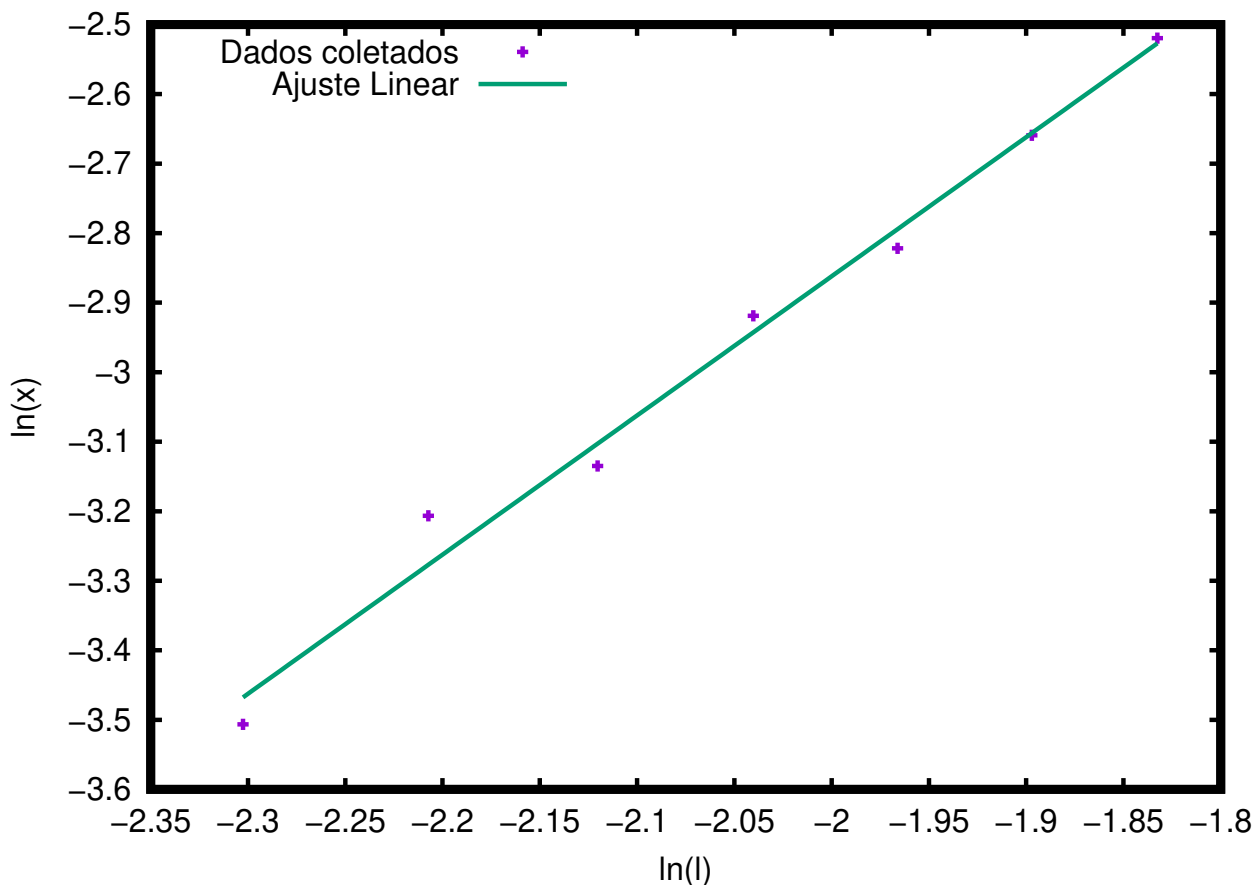
Tabela do item Q2-A.2 aplicado o \ln .

A.3 Construa um gráfico com os papéis fornecidos, da elongação da mola *versus* o comprimento efetivo da corda, visando a melhor linearização. 2,75pt

Solução Q2–A.3:

Devido a natureza do ajuste, é possível aplicar o logaritmo (di-log) para as duas variáveis, aplicar o quadrado em l ou aplicar a raiz na elongação da mola Δx visando a linearização.

Papel Milimetrado 2



A.4 Apresente a melhor equação ajustada aos dados coletados nessa parte da questão. Informe o procedimento adotado para a sua obtenção. 2,00pt

Solução Q2–A.4:

$$y_1 = 1,1418 + 2,0019 x_1$$

Com as variáveis apresentadas nos eixos conforme o gráfico da Q2.A3.

Parte B - Um é pouco, dois é bom (11,00 pontos)

Nesta parte, será explorada a possibilidade de extrair informações de interesse sobre a mola e a corda 1 por meio do uso da corda 2. Desmonte o sistema com a **corda 1**, realizando a mesma montagem com a **corda 2**.

Para a obtenção dos dados solicitados na sequência, o participante poderá empregar abordagens “livres” como alterar o posicionamento do traste móvel, realizar ajustes na tarraxa, reproduzir procedimentos adotados na Parte A da Questão 2, entre outras possibilidades. Assim, é imprescindível relatar os procedimentos adotados para alcançar os resultados solicitados.

B.1 Determine a constante da mola e a densidade linear da corda 1. 8,00pt

Observação 1: É obrigatória a descrição do procedimento experimental adotado.

Observação 2 (ausente): Considere a densidade linear da corda 2, $\mu_2 = 5,56 \times 10^{-4}$ kg/m – Dependente da marca e modelo do encordoamento.

Comentários Q2-B1:

O afinador de clipe assume $n = 1$. As cordas selecionadas são lisas e constituídas do mesmo material, então possuem densidades volumétricas iguais:

$$\rho_1 = \rho_2 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

Com o volume do cilindro dado por $\pi r^2 h$ ($\pi (\frac{d}{2})^2 h$).

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_1}{\pi r_1^2 L} = \frac{m_2}{\pi r_2^2 L}$$

$$\mu_1 = \mu_2 \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \mu_1 = \mu_2 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

Assim, permitindo obter:

$$\text{Corda 1: } C_1 = \left(\frac{n}{2fL_a} \right) \sqrt{\frac{K}{\mu_2}} \frac{d_2}{d_1}$$

Determinado K e μ_1 , onde C_1 é dado por (com inversão dos eixos para ajuste da reta):

$$l_i = \left(\frac{n}{2fL_a} \right) \sqrt{\frac{K}{\mu}} \sqrt{x_i} = C_i \sqrt{x_i}$$

$$\ln l_i = \ln C_i + \frac{1}{2} x_i$$

$$y_1 = -0,5893 + 0,4931 x_1$$

Considere a condição em que o traste móvel está posicionado a 10 cm de distância da posição de referência e a corda (1 ou 2) afinada na nota de referência Lá para as seguintes questões.

B.2 Determine a velocidade de propagação das ondas nas cordas 1 e 2.

1,50pt

Solução Q2-B2:

Pela fórmula de Brook Taylor para uma corda vibrante, temos:

$$v_i = \sqrt{\frac{F_i}{\mu_i}} = \sqrt{\frac{K}{\mu_i}} \sqrt{X_i}$$

onde μ_i e K são conhecidos do item anterior.

B.3 Determine o comprimento das ondas produzidas nas cordas 1 e 2.

1,50pt

Solução Q2-B3:

Partindo de:

$$v_i = \frac{\Delta S}{\Delta T} = \lambda_i f_i$$
$$\lambda_i = \frac{v_i}{f_i}$$

sendo $f_{la} = 440Hz$ e o índice i é referente a corda que está sendo analisada.

Q3 - Questão 3 (6,0 pontos)

Parte A - É só questão de harmonia (1,50 pontos)

A partir desse ponto o participante deverá trabalhar com as duas cordas no monocórdio, deixando de lado o traste móvel até a Parte B. Instale as duas cordas sem associações de modo que fiquem paralelas e que não compartilhem a mesma tarraxa. Afine as cordas separadamente, colocando a de menor calibre (**corda 1**) na nota Sol e a de maior calibre (**corda 2**) na nota Dó.

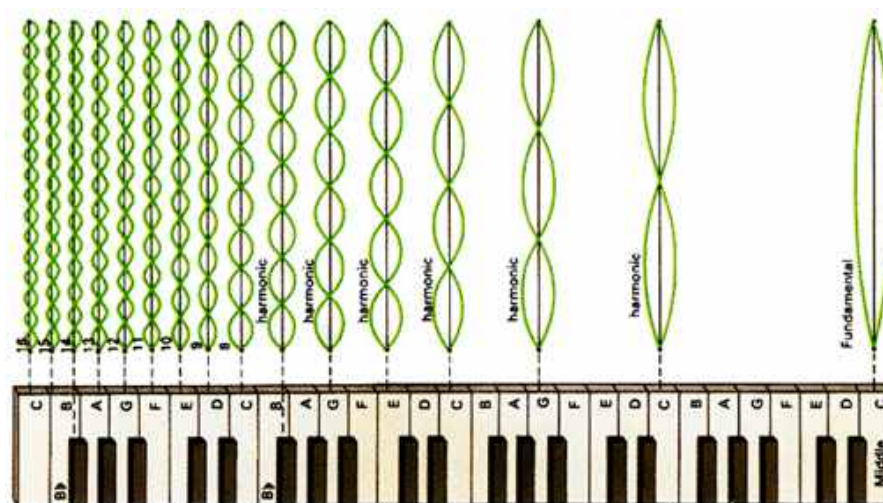
Pitágoras, ao tocar essas duas notas simultaneamente (quando devidamente afinadas) considerou que a combinação dos sons produzidos era agradável (harmonioso). Quando as notas são afinadas para as notas Dó e Ré, essa combinação foi considerada desagradável (desarmoniosa).

A.1 Explique de maneira sucinta como você entende a causa física dessa percepção das cordas tocadas simultaneamente. 0,75pt

Solução Q3-A.1:

Nessa questão explora-se a sobreposição/combinção de nós e picos das ondas produzidas nas cordas.

A seguir, é apresentada uma figuras extraída da internet para ilustrar a situação:



Note que o ocorre nos picos e nós entre as notas **Dó** e **Sol**.

A.2 Cite outros pares de notas que apresentam esse mesmo tipo de harmonia.

0,75pt

Solução Q3-A.2:

Aqui, esperava-se principalmente uma busca auditiva. Todas os pares de quintas (e quartas) estão nesse grupo. Complementarmente, teríamos a relação entre as terças, por exemplo.

Parte B - É só questão de aperto (4,50 pontos)

Na Parte B, será empregado o traste móvel para aquisição de dados. Coloque o traste móvel afastado da posição de referência e de modo que imprima o mesmo comprimento efetivo para ambas cordas e afine perfeitamente ambas cordas em Lá. Garanta auditivamente que trata-se do mesmo Lá. Anote o comprimento efetivo utilizado.

Em seguida, desafrouxe ambas tarraxas em $1/8$ de volta (45°). Busque o novo comprimento efetivo avançando o traste móvel na direção da posição de referência. Anote o valor do comprimento efetivo encontrado para cada uma das cordas. Repita esse procedimento, de $1/8$ em $1/8$, até alcançar $1/2$ volta da tarraxa ou até que o traste móvel encontre o final da escala ($l = 0$).

B.1 Informe os valores anotados para ambas as cordas, sendo estes o comprimento efetivo da corda e rotação da tarraxa para cada uma delas. 1,50pt

Solução Q3-B.1 :

O monocórdio nas situações avaliadas permitiu uma única medida.

Rotação ϕ (voltas)	l_1 (cm)	l_2 (cm)
0	11.10	11.10
$\frac{1}{8}$	21.00	21.35
$\frac{1}{4}$		
$\frac{3}{8}$		
$\frac{1}{2}$		

B.2 Estabeleça uma relação entre o comprimento efetivo da corda na nota Lá e a rotação da tarraxa. 3,00pt

Solução Q3-B.2:

Supondo:

$$\Delta l \propto \Delta \phi$$

com ϕ voltas, temos:

$$\Delta l_1 = C_3 \Delta \phi_1$$

$$\Delta l_2 = C_4 \Delta \phi_2$$

onde C_3 e C_4 são constantes, que podem ser agrupadas. Sendo $\phi_1 = \phi_2$ teremos:

$$\Delta l_1(\phi) = \frac{C_3}{C_4} \Delta l_2(\phi) = C_5 \Delta l_2(\phi)$$

$$C_5 = \frac{\Delta l_1(\phi)}{\Delta l_2(\phi)} = \frac{9,9}{10,25} = 0.96$$

A relação acima pode ou não ser válida, mas permite concluir que a nota desloca-se mais na escala do monocórdio para a corda de maior calibre, quando comparado com a de menor calibre.

Boas vibrações a todos!

Glossário de termos musicais

- **Acidente:** notação que indica a alteração de uma nota, estranha à tonalidade definida pela clave.
- **Acorde:** reprodução de 3 ou mais notas simultâneas identificadas como um conjunto.
- **Altura:** está relacionada com a frequência das ondas sonoras, podendo ser grave ou aguda. As ondas sonoras graves possuem baixa frequência enquanto as ondas sonoras agudas possuem altas frequências.
- **Blues:** música dos negros americanos que mesclou as influências das músicas europeias e africanas.
- **Clave:** símbolo colocado no princípio da pauta ou pentagrama para indicar o nome das notas musicais.
- **Diatônico:** que procede por intervalos de tom e meio tom (semi tom).
- **Duração:** é o intervalo de tempo de uma nota musical ou o tempo de pausa entre duas notas.
- **Escala:** é a frequência ordenada do som, isto é, a sequência de notas de modo ascendente ou descendente.
- **Intensidade:** é o volume relativo do nível de pressão e da energia presente nas vibrações das ondas sonoras.
- **Pauta:** (ou pentagrama) conjunto de 5 linhas horizontais e igualmente espaçadas onde se escrevem as notas.
- **Semitom:** é o menor intervalo entre duas notas musicais da escala diatônica (escala natural).
- **Timbre:** é a característica que permite diferenciar o instrumento pela qual uma mesma nota está sendo ouvida. O timbre muda a percepção da nota musical, sendo possível identificar de qual instrumento ela está vindo.
- **Tônica:** é a nota fundamental de uma escala diatônica.
- **Uníssono:** posição de duas ou mais notas na mesma altura.