OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

Prova Seletiva 1 - SOIF / 2027

10 de outubro de 2026

INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por 5 questões. Sem contar essa folha de rosto, ela contém 5 páginas.
2. A duração da prova é de 5 horas ininterruptas. **O tempo de prova começa no instante de acesso ao caderno de questões.**
3. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, a resolução da questão compreendida pelas principais etapas que levam às respostas deve ser apresentada.
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas inicialmente em branco (não use editores de texto). É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua e calculadora **não programável**.
5. As folhas com a resolução de cada questão devem ser escaneadas no formato PDF. Um documento PDF (documento resposta) para cada questão.
6. Cada documento resposta deve ser enviado (submetido) através da correspondente interface de respostas em `https://app.graxaim.org/soif/2027`.
7. Quando um documento resposta é enviado a questão é considerada respondida. Não é possível enviar um documento para substituir outro já enviado.
8. Você pode responder as questões (enviar os documentos) em qualquer ordem. **Atenção para não enviar o documento resposta de uma questão no lugar de outra.**
9. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site `https://app.graxaim.org/soif/2027`, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço equipeobf@graxaim.org. **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos.**
10. Questões enviadas após do 5 horas do início da prova (acesso ao caderno de questões) não serão avaliadas, apesar do sistema aceitar a submissão normalmente.

Q1 - Equilíbrio gravitacional e ponto de Lagrange (10 pontos)

Considere um sistema gravitacional binário, onde temos duas estrelas de massas M e m com $M \gg m$ descrevendo órbitas circulares em torno de seu centro de massa comum. A distância entre as massas é mantida constante e é igual a a e seja Ω a velocidade angular da órbita como retratado na Figura 1.

Considere agora uma terceira partícula, de massa desprezível, que não altera o movimento das duas estrelas. Na linha que une as duas estrelas, existe um ponto onde essa terceira partícula pode permanecer e ficar em repouso no referencial que gira com as estrelas. Este ponto é conhecido como o *primeiro ponto de Lagrange*, denominado como L_1.

Neste problema, iremos analisar onde L_1 é localizado, e caracterizar a *estabilidade* dele. Defina r como a distância entre a estrela de massa m e L_1 com $r \ll a$.

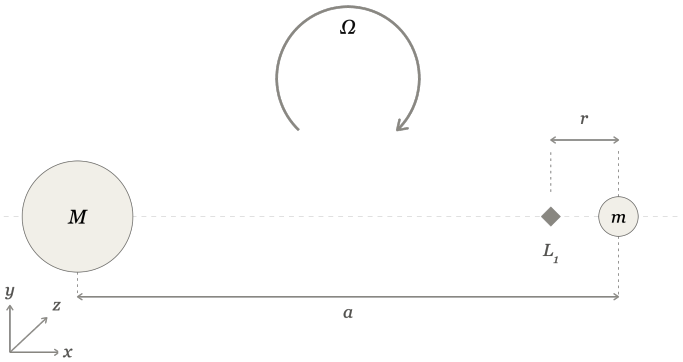


Figura 1: O sistema binário. Os eixos x e y definem o plano orbital, e rotacionam com o sistema. O ponto de equilíbrio L_1 está marcado a uma distância r da massa m.

Nas questões abaixo, pode ser útil que:

$$(1+x)^n \approx 1 + n \cdot x \text{ para } |n \cdot x| \ll 1 \tag{1}$$

A.	Encontre uma expressão para a velocidade angular da órbita Ω e para a distância r, em função de M, m, a e a constante gravitacional G.	2,0pt

Agora, vamos analisar o equilíbrio do ponto L_1 considerando várias perturbações aplicadas ao sistema. Primeiramente, considere que a partícula é levemente deslocada ao longo da linha que une as duas estrelas - o eixo x na figura acima.

B.	Determine se o ponto de equilíbrio é estável ou instável para perturbações ao longo desse eixo x.	2,0pt

Agora, considere uma pequena perturbação na direção perpendicular ao plano orbital das estrelas - o eixo z na figura acima.

C.	Mostre que para pequenas perturbações o movimento ao longo deste eixo z é harmônico, e determine o período das oscilações em função da constante gravitacional G e dos parâmetros do sistema.	3,0pt

Finalmente, vamos considerar uma pequena perturbação ao longo do último eixo possível. Considere que a partícula é deslocada a uma pequena distância Δy perpendicular à linha que une as duas estrelas e abandonada a partir do repouso.

D.	Determine a aceleração inicial da partícula em função de Δy, da constante gravitacional G e dos parâmetros do sistema, e conclua se este resultado é suficiente para afirmar se perturbações ao longo deste eixo são estáveis ou não.	3,0pt

Q2 - Som entre barras submersas (10 pontos)

Duas barras metálicas finas estão dispostas na água, paralelas entre si e separadas por uma distância d. As velocidades do som na água e nas barras são, respectivamente, c e v, e são diferentes, ver figura.

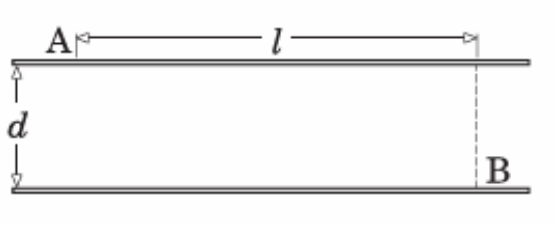


Figura 2: Barras metálicas paralelas na água.

A.	Se uma das barras é percutida no ponto A, determine o menor tempo que o som leva para viajar do ponto A até um ponto B na outra barra. Considere as duas possibilidades, $c > v$ e $c < v$.	6,0pt

Imagine agora a barra superior (barra 1), fixa, e a barra inferior (barra 2) se afastando da barra 1, com velocidade u, em relação a ela, na direção perpendicular às barras. Simultaneamente, a percussão na barra 1 gera ondas de frequência f_0, medida no referencial da própria barra. Considere também uma correnteza de velocidade w, no mesmo sentido do movimento da barra 2. A barra 2 possui um **hidrofone**, situado exatamente frente ao ponto A (onde a barra 1 é percutida), que capta apenas o som que vai diretamente da barra 1, pela água, até a barra 2.

B.	Determine a frequência da onda sonora captada pelo hidrofone que se encontra na barra 2.	4,0pt

Q3 - Termodinâmica de um sólido elástico (10 pontos)

Em um modelo simples de um sólido elástico temos, para uma variação infinitesimal do volume

$$dV = -V\kappa_T dP + V\alpha dT$$

onde κ_T é a compressibilidade isotérmica e α é o coeficiente de expansão térmica. Assuma que a mudança fracionária de volume seja pequena o suficiente para que a função $V(P,T)$ que entra na expressão para dV possa ser considerada constante em $V = V_1 = V(P_1,T_1)$ durante o processo. A figura esquemática a seguir mostra três caminhos diferentes, a, b e c pelos quais o sólido pode passar, entre os estados termodinâmicos (T_1, P_1) e (T_2, P_2). O caminho c é um segmento de reta no diagrama P–T.

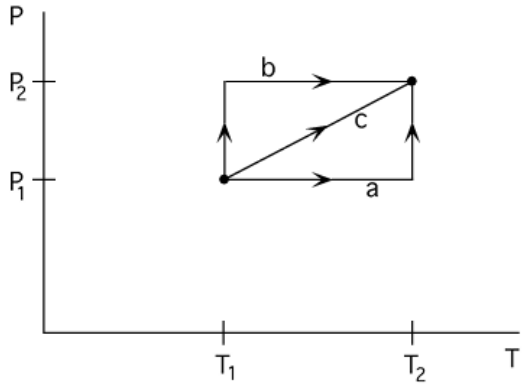


Figura 3: Esquema das transformações termodinâmicas do sólido.

A.	Encontre o trabalho realizado sobre o sólido enquanto ele é levado entre os estados (T_1,P_1) e (T_2,P_2) por cada um dos três caminhos indicados no desenho. Compare os trabalhos e ordene-os de menor a maior.	4,5pt

Em processos reversíveis, a entropia do sólido satisfaz

$$dS = \frac{C_P}{T}dT - V\alpha dP$$

com $C_P \approx C_0 = const.$ e $V \approx V_1$ na expressão.

B.	Calcule ΔS e mostre que é função de estado. Calcule também o calor reversível trocado em cada um dos três caminhos a,b e c, ordene os calores de menor a maior. Comente o resultado, na comparação com o resultado do item A, a partir da primeira lei da termodinâmica.	5,5pt

Q4 - Imagem de um projétil por uma lente delgada (10 pontos)

Considere uma lente delgada convergente, de distância focal f, fixa, com o eixo óptico disposto na horizontal. No instante $t = 0$, um pequeno objeto pontual luminoso é lançado obliquamente a partir de um ponto sobre o próprio eixo óptico, a uma distância $p_0 > f$ da lente, com velocidade inicial de módulo v_0 fazendo um ângulo θ acima do eixo. O objeto se afasta da lente ao longo do eixo à medida que sobe, sob a ação da gravidade, com aceleração local g constante. Despreze a resistência do ar.

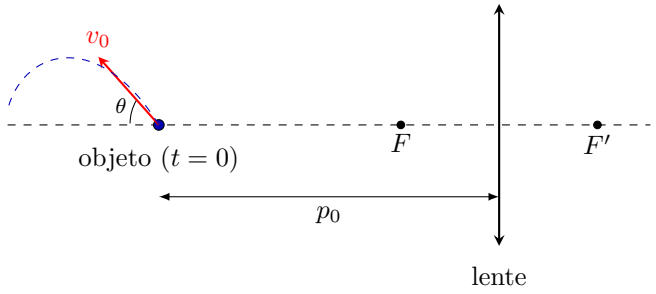


Figura 4: Lente delgada convergente e objeto lançado obliquamente a partir do eixo óptico, afastando-se da lente.

Nesta questão, considere apenas o intervalo de tempo entre o lançamento e o instante em que o objeto retorna ao eixo óptico, isto é, $0 \leq t \leq 2v_0 \sin\theta/g$. Ao longo desse intervalo, a distância entre o objeto e a lente permanece maior que f. Suponha ainda que o objeto permaneça suficientemente próximo do eixo óptico para que a aproximação de raios de luz paraxiais seja válida durante todo esse intervalo.

Adote o eixo horizontal idêntico ao eixo óptico da lente, com sentido positivo aquele em que o objeto se afasta da lente, e o eixo vertical com sentido positivo para cima. Denote por $Y_o(t)$ e $Y_i(t)$ as alturas (coordenadas transversais) do objeto e da imagem em relação ao eixo óptico, em cada instante t.

Faça o que se pede nos itens a seguir.

A.	Determine a posição inicial da imagem, isto é, a distância p_0' entre a imagem e a lente no instante $t = 0$.	1,0pt
B.	Determine as componentes horizontal e vertical do vetor velocidade da imagem $\vec{v}_i$ no instante $t = 0$.	3,0pt
C.	Determine a distância máxima que a imagem atinge em relação ao eixo óptico, no intervalo considerado.	3,0pt
D.	Determine o raio de curvatura da trajetória do **objeto** nos seguintes instantes: (i) t=0 e (ii) no instante em que a altura dele é máxima.	3,0pt

Q5 - Pêndulo girante imerso em líquido (10 pontos)

Um pêndulo é constituído por uma haste rígida leve (de massa desprezível) de comprimento ℓ, articulada em um pivô fixo, com uma pequena esfera de massa m e densidade ρ presa à outra extremidade. Todo o conjunto — pivô, haste e esfera — está imerso em um líquido de densidade $\rho_L < \rho$, contido em um recipiente. O recipiente, o líquido e o pêndulo giram todos com uma velocidade angular constante ω, em torno do eixo vertical que passa pelo pivô, conforme ilustra a figura a seguir.

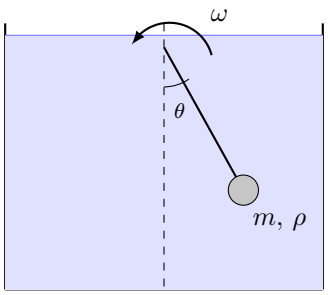


Figura 5: Pêndulo imerso em líquido, girando rigidamente com o recipiente em torno do eixo vertical que passa pelo pivô.

A articulação no pivô é uma dobradiça que permite oscilação apenas em um plano vertical girante que sempre contém o eixo de rotação: assim, o pêndulo gira rigidamente junto com o recipiente (sem deslizamento na direção azimutal), e todo o movimento relevante fica descrito por um único ângulo $\theta(t)$ entre a haste e a vertical.

A esfera permanece sempre totalmente submersa no líquido e a aceleração da gravidade tem módulo g. Despreze a viscosidade, o arrasto e a massa adicional do líquido (isto é, a inércia do líquido arrastado pela esfera em movimento). Faça o que se pede nos itens a seguir.

A.	Determine a velocidade angular mínima $\omega_{\min}$ acima da qual passa a existir uma posição de equilíbrio do pêndulo fora da vertical ($\theta_0 \neq 0$).	3,0pt

B.	Para $\omega > \omega_{\min}$, determine a posição de equilíbrio θ_0.	2,0pt

C.	Calcule o período das pequenas oscilações do pêndulo em torno de θ_0.	5,0pt